

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный технический университет имени К.И. Сатпаева

Институт промышленной автоматизации и цифровизации

Кафедра автоматизации и управления

Уразбаев Нурбол Жиенбайулы

Разработка системы автоматического управления роботом

ДИПЛОМНЫЙ ПРОЕКТ

Специальность 5В070200 – Автоматизация и управление

Алматы 2021

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный технический университет имени К.И. Сатпаева

Институт промышленной автоматизации и цифровизации

Кафедра автоматизации и управления

ДОПУЩЕН К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой АиУ
_____ Алдияров Н.У.
« » мая 2021 г.

ДИПЛОМНЫЙ ПРОЕКТ

На тему: «Разработка системы автоматического управления роботом»

По специальности: 5В070200 - Автоматизация и управление

Выполнил

Уразбаев Н.Ж.

Научный руководитель
канд.техн.наук,
ассоциированный профессор

 Ширяева О. И.
(подпись)

« » мая 2021 г.

Алматы 2021

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Казахский национальный технический университет имени К.И. Сатпаева

Институт промышленной автоматизации и цифровизации

Кафедра автоматизация и управление

5B070200 - Автоматизации и управления

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой АиУ

_____ Алдияров Н.У.

«___» мая 2021 г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение дипломного проекта

Обучающемуся Уразбаев Нурбол Жиенбайулы

Тема: «Разработка системы автоматического управления роботом».

Утвержден приказом ректора Университета № 2131-б от «24» ноября 2021 г.

Срок сдачи законченной работы: "5" мая 2021 г.

Исходные данные дипломного проекта: математическая модель системы управления роботом.

Перечень подлежащих разработке в дипломном проекте вопросов или краткое содержание дипломного проекта: а) описать технологический процесс; б) анализировать систему в) синтезировать оптимальный регулятор.

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей): функциональная и структурная схемы автоматического управления роботом.

Рекомендуемая основная литература: техническая литература по автоматизации технологических процессов и математическому моделированию системы, решению задач анализа и синтеза системы.

ГРАФИК

подготовки дипломного проекта

Наименования разделов, перечень разрабатываемых вопросов	Сроки представления научному руководителю и консультантам	Примечание
Технологический раздел	1 марта 2021 г.	
Специальный раздел	28 апреля 2021 г.	

Подписи

консультантов и нормоконтролера на законченный дипломный проект с указанием относящихся к ним разделов работы

Наименования разделов	Научный руководитель, консультанты, Ф.И.О. (уч. степень, звание)	Дата подписания	Подпись
Технологический раздел	канд.техн.наук, ассоц. профессор Ширяева О.И.		
Специальный раздел	канд.техн.наук, ассоц. профессор Ширяева О.И.		
Нормоконтролер	канд.техн.наук, ассистент профессор Сарсенбаев Н.С.		

Научный руководитель _____  _____ Ширяева О.И.

Задание принял к исполнению обучающийся _____  _____ Уразбаев Н.Ж.

Дата

"26" января 2021 г.

АНДАТПА

Бұл дипломдық жобада робот автоматты басқару жүйесін әзірлеу қарастырылған, атап айтқанда синус-косинусты айнымалы трансформаторлық бақылағыш жүйесін әзірлеу. Дипломдық жоба екі бөлімнен тұрады: технологиялық бөлім және есептік бөлім.

Бірінше бөлімде синус-косинусты айнымалы трансформатордың, оған негізділген бақылағыш жүйесінің сипаттамасы және олардың жұмыс ұстанымы қарастырылған.

Екінші бөлімде берілген параметрлар бар математикалық үлгі ретінде зерттеу жүргізілген, сонымен қатар беріліс функция анықтау арқылы функционалды және құрылымдық схемалары құрылған, олардың модельдеуі MATLAB Simulink ортасында жасалған. Жүйенің ерекше нүктелерін дәйектеу есебі орындалған, тұрақтылығы тексерілген. Жүйенің сапа бағалаулары зерттелген, алғашқы жүйемен салыстыру және сапасын жетілдіру үшін реттеуіштер синтезделген.

АННОТАЦИЯ

В данном дипломном проекте рассматривается система автоматического управления роботом, а именно следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами. Дипломный проект состоит из двух глав: технологическая часть и расчетная часть.

В первой главе приводится описание синусно-косинусного вращающегося трансформатора и рассматриваемой системы, базирующегося на нем, и их принцип работы.

Во второй главе проводится анализ следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами как математической модели с заданными параметрами, осуществляется построение функциональной и структурных схем на основе определения передаточных функций звеньев и их моделирование в среде Simulink MATLAB. Ведутся расчеты для определения особых точек систем и исследование системы на устойчивость. Будет сделано исследование системы на оценки качества, а также будут синтезированы регуляторы для сравнения с первоначальной системой и улучшения ее качества.

ABSTRACT

This diploma project studies the system of automatic control of a robot, namely a tracking system with sine-cosine rotating transformers. The diploma project consists of two parts: the technological part and the calculation part.

The first part describes the sine-cosine rotating transformer and the system under consideration, based on it, and their principle of operation.

The second part includes the analysis of the tracking system with sine-cosine rotating transformers as a mathematical model with specified parameters, the construction of functional and structural schemes based on the determination of the transfer functions of the links and their modeling in the Simulink MATLAB environment is carried out. Calculations are conducted to determine the special points of the systems and to study the stability of the system. The system will be examined for quality assessments and regulators will be synthesized to compare with the original system and improve its quality.

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	9
1	Технологическая часть	10
1.1	Описание вращающегося трансформатора и его принцип работы	10
1.2	Следящая система, составные части и принцип работы	11
2	Расчетная часть	13
2.1	Функциональная схема системы	13
2.2	Определение передаточных функций системы	13
2.3	Структурная схема системы	16
2.4	Построение переходных процессов	18
2.5	Определение нулей и полюсов системы	19
2.6	Исследование замкнутой системы на устойчивость	20
2.7	Оценка качества системы	20
2.7.1	Получение прямых оценок качества	20
2.7.2	Получение корневых оценок качества	26
2.7.3	Получение установившейся ошибки	28
2.7.4	Итоговая таблица по полученным оценкам	30
2.8	Исследование влияния регуляторов на систему и синтез	31
2.8.1	Пропорциональный регулятор	32
2.8.2	Интегральный регулятор	35
2.8.3	Пропорционально-дифференциальный регулятор	37
2.8.4	Пропорционально-интегральный регулятор	45
2.8.5	Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор	52
2.9	Синтез регулятора по второму методу Циглера-Николса	54
2.10	Выбор оптимального регулятора	58
	Заключение	60
	Список литературы	61

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в техническом, природном, человеческом мирах проходят огромное количество процессов, функционирование которых зависит от такого же множества факторов. Данные процессы можно приспособить и использовать в своих целях, если правильно влиять на характер их протекания. Это действие и можно назвать управлением, то есть воздействие на процессы для достижения нужного результата. Развитие достигло такого уровня, что управление возможно осуществлять и без участия человека, что будет называть автоматическим управлением.

Автоматизация является неотъемлемой частью промышленности и средством повышения эффективности ее работы. В настоящее время сложно представить производство без элементов автоматизации и их функционирование без средств управления. Она включает в себя много направлений и благодаря ее развитию появляются новые сферы науки. Одной из них является робототехника. В промышленности роботы могут выполнять такой объем работ, с которым не справится человек, при этом с высокой скоростью и точностью. По типу и цели управления робототехнические системы делятся на несколько групп такие как: интерактивные, автоматические, биотехнические, программные, стабилизирующие и следящие.

На принципе работы следящей системы базируется функционирование радиотехнических систем самонаведения ракет, радиолокационных станций, целью которых является сопровождение объектов по направлению и дальности. Все эти системы можно описать аналогичными математическими моделями со своими особенностями, а чтобы их исследовать применяются одни и те же методы теории автоматического управления. Данная дипломная работа рассматривает один из видов следящей системы, а именно с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами.

1 Технологическая часть

1.1 Описание вращающегося трансформатора и его принцип работы

Следящая система - система автоматического управления, в которой закон изменения регулируемой величины заранее неизвестен, при этом входное задающее воздействие на выходе воспроизводится с определенной точностью [1]. В рассматриваемой следящей системе используются вращающиеся трансформаторы – машины переменного тока, необходимые для конвертации угла поворота в напряжение, находящееся в функциональной зависимости синуса или косинуса. Они используются в вычислительных устройствах, при работе с промышленными роботами, в дистанционных системах, целью которых является передача с сигнала высокой степенью точности. Данные трансформаторы состоят из обмоток, в зависимости от подключения которых есть определенные режимы функционирования:

1. Линейный вращающийся трансформатор – выходное напряжение в функциональной зависимости от угла поворота ротора.

2. Масштабный вращающийся трансформатор – выходное напряжение в функциональной зависимости от входного напряжения, коэффициент функции – угол поворот ротора.

3. Рассматриваемый в данном дипломном проекте синусно-косинусный вращающийся трансформатор (резольвер) – выходное напряжение одной обмотки находится в функциональной зависимости от синуса угла поворота ротора, а другая – от косинуса угла.

Обобщая, можно сказать, что вращающиеся трансформаторы используются для вычисления угла при перемещении объектов.

Вращающийся трансформатор изготовлен из ротора и статора с контактными кольцами. На них находятся две обмотки, имеющие сдвиг в 90 градусов, то есть их магнитные оси находятся ортогонально друг к другу.

Когда ротор поворачивается на определенный угол, как показано рисунке 1.1, меняется значение взаимоиндукции между обмотками статора и ротора, на этом и основывается принцип действия вращающегося трансформатора.

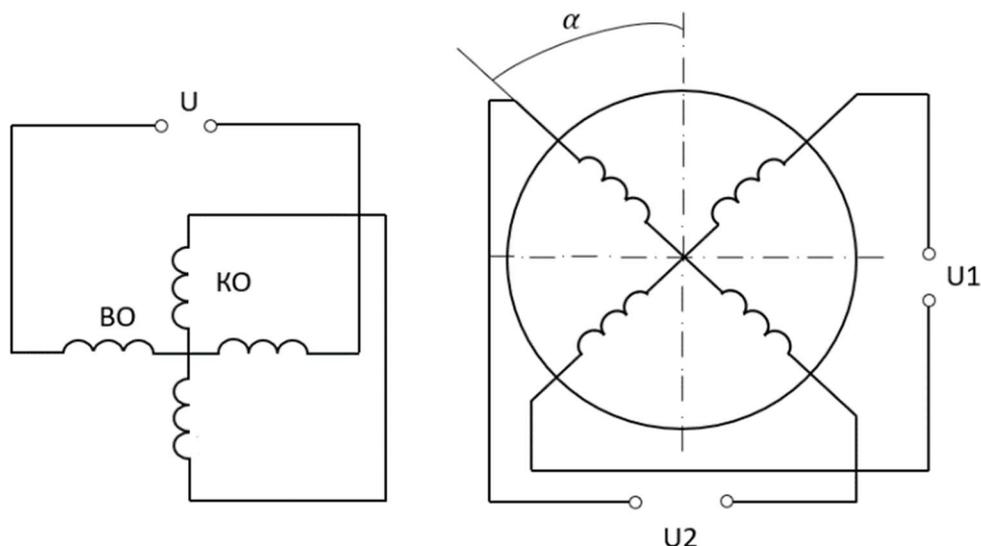


Рисунок 1.1 – Схема синусно-косинусного вращающегося трансформатора

Обозначение обмоток: ОВ – обмотка возбуждения, которая питается от сети переменного тока, и КО – квадратурная обмотка, закорачиваемая при синусно-косинусном режиме

Напряжение, которое появляется на обмотках при таком повороте можно описать следующими формулами:

$$U_1 = kU_0 \sin \alpha$$

$$U_2 = kU_0 \cos \alpha$$

где k – коэффициент трансформации вращающегося трансформатора, а U_0 – амплитуда напряжения возбуждения.

В синусно-косинусном режиме переменное напряжение подают на обмотку возбуждения, после чего в обмотках ротора появляется электродвижущих сил в результате возникающего в ней магнитного потока, и она будет пропорциональна косинусу и синусу угла, на которой поворачивается ротор [2].

При измерении объекта вращающимся трансформатором необходимо учитывать начальную точку отсчета, то есть если он используется для определения угла поворота от нуля, то оптимально работать с синусной обмоткой, в противном случае, а именно при уменьшении угла поворота (от 0 до 90 градусов) – косинусную обмотку.

1.2 Следящая система, составные части и принцип работы

На рисунке 1.2 представлена принципиальная схема дистанционной следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами.

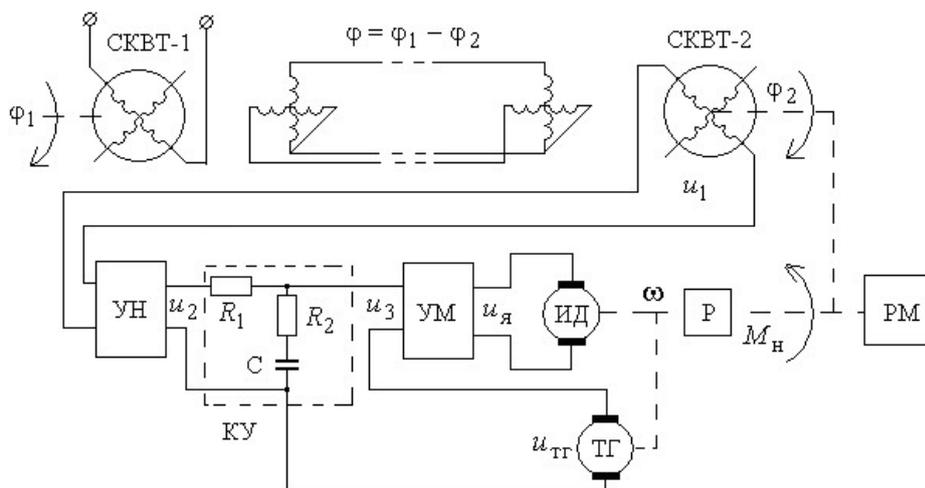


Рисунок 1.2 - Принципиальная схема дистанционной следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами

где СКВТ – синусно-косинусный вращающийся трансформатор;

КУ - корректирующее устройство;

УН - усилитель напряжения;

УМ - усилитель мощности;

ИД - исполнительный двигатель;

Р - понижающий редуктор;

ТГ – тахогенератор;

РМ – рабочий механизм.

С помощью схемы опишем работу данной системы: между исполнительным механизмом и управляющим органом формируется разница положений, в результате чего начинает работать следящий привод. Задается угол синусно-косинусным вращающимся трансформатором 1, который в виде сигнала разницы со значением угла на рабочем механизме подается на усилитель напряжения. Тот в свою очередь для того, чтобы сработал исполнительный механизм усиливает входное напряжение. Далее сигнал идет на корректирующее устройство. Сигнал угла поворота с рабочего механизма с помощью тахогенератора преобразуется в электрический сигнал. Далее разница между сигналом с тахогенератора и сигнала с корректирующего устройства подается на усилитель мощности. Отсюда сигнал идет на исполнительный двигатель, преобразующий электрический сигнал в механическое вращение. Далее включается электродвигатель в результате движения элементов системы, вызванного поворотом управляющей оси на какой-то угол. Электродвигатель выполняет заданный поворот, после чего следящая система возвращается в исходное положение [3].

2 Расчетная часть

2.1 Функциональная схема системы

По принципиальной схеме системы построена функциональная схема, представленная на рисунке 2.1:

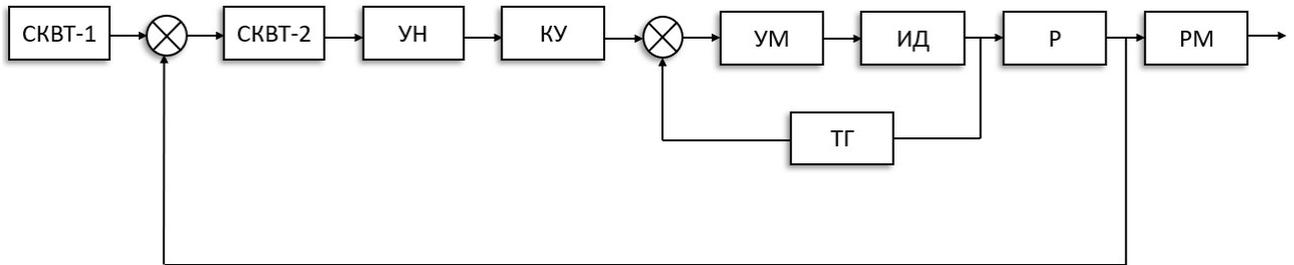


Рисунок 2.1 - Функциональная схема системы

2.2 Определение передаточных функций системы

Структурная схема показывает взаимосвязь звеньев систем автоматического регулирования и характеризуют их статические и динамические свойства. Структурные схемы являются графическим условным изображением их дифференциальных уравнений, представленных в операторной форме.

Линеаризованные уравнения элементов системы имеют вид:

а) вращающийся трансформатор

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$$

$$u_1 = k_1 \times \varphi$$

б) усилители

$$u_2 = k_u \times u_1$$

$$T_m \frac{du_{\text{я}}}{dt} + u_{\text{я}} = k_m \times u_2$$

в) двигатель с редуктором

$$T_{\text{дв}} \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_{\text{дв}} \times u_{\text{я}}$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = k_p \times \omega$$

г) тахогенератор и гибкая обратная связь

$$u_3 = u_1 - u_{\text{ку}}$$

$$u_{\text{тг}} = k_{\text{тг}} \times \omega$$

Записанные выше уравнения системы можно получить также на основании понятия передаточной функции. То есть, задача сводится к составлению уравнений отдельных звеньев в виде передаточных функций.

Передаточная функция – отношение изображения по Лапласу выходной величины к входной величине при нулевых начальных условиях.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n},$$

где s – оператор Лапласа;

$Y(s)$ и $U(s)$ – изображения $y(t)$ и $u(t)$, соответственно.

Знаменатель выражения, приравненный к нулю, называется характеристическим уравнением, решением которого являются корни – полюса передаточной функции.

Корни числителя передаточной функции называются нулями передаточной функции.

Найдем передаточные функции для вышеуказанных уравнений:

1. Вращающийся трансформатор

$$u_1 = k_1 \times \varphi$$

Данное уравнение не является дифференциальным, что указывает на то, что звено представляет собой статическую систему. Представим в операторной форме:

$$u_1(s) = k_1 \times \varphi(s)$$

Его входным параметром является значение φ (ошибка поворота), а выходной – напряжение u_1 . Согласно определению передаточной функции:

$$G_1(s) = \frac{u_1(s)}{\varphi(s)} = k_1$$

Таким образом, получили передаточную функцию первого звена. Определим входы и выходы для следующих звеньев и выполним аналогичные действия.

2. Усилители

$$u_2 = k_u \times u_1$$

Также не является дифференциальным, представляет собой пропорциональное звено. Вход – напряжение u_1 , выход – напряжение u_2 . Передаточная функция имеет вид:

$$G_2(s) = \frac{u_2(s)}{u_1(s)} = k_u$$

Далее:

$$T_m \frac{du_{я}}{dt} + u_{я} = k_m \times u_2$$

В данном случае, уравнение является дифференциальным первого порядка. Звено – аperiodическое первого порядка. Вход – напряжение u_2 , выход – напряжение $u_{я}$. Оператор Лапласа s является дифференциальным оператором, то есть

$$s = \frac{d}{dt}$$

Учитывая данное преобразование, перепишем уравнение:

3. Двигатель с редуктором

$$T_m \times s \times u_{я}(s) + u_{я}(s) = k_m \times u_2(s)$$

$$u_{я}(s) \times [T_m \times s + 1] = k_m \times u_2(s)$$

$$G_3(s) = \frac{u_{я}(s)}{u_2(s)} = \frac{k_m}{T_m \times s + 1}$$

$$T_{дв} \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_{дв} \times u_{я}$$

Также является аperiodическим звеном первого порядка. Вход – напряжение $u_{я}$, выход - частота ω .

$$T_{дв} \times s \times \omega(s) + \omega(s) = k_{дв} \times u_{я}(s)$$

$$\omega(s) \times [T_{дв} \times s + 1] = k_{дв} \times u_{я}(s)$$

$$G_4(s) = \frac{\omega(s)}{u_{я}(s)} = \frac{k_{дв}}{T_{дв} \times s + 1}$$

Далее:

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = k_p \times \omega$$

Интегрирующее звено, вход – частота ω , выход – угол поворота исполнительной оси φ_2 .

$$s \times \varphi_2(s) = k_p \times \omega(s)$$

$$G_5(s) = \frac{\varphi_2(s)}{\omega(s)} = \frac{k_p}{s}$$

4. Тахогенератор

$$u_{тг} = k_{тг} \times \omega$$

Пропорциональное звено, вход – частота ω , выход – напряжение $u_{тг}$.

$$u_{тг}(s) = k_{тг} \times \omega(s)$$

$$G_6(s) = \frac{u_{тг}(s)}{\omega(s)} = k_{тг}$$

Таким образом, найдены все передаточные функции. Построим структурную схему системы в среде MATLAB. Для этого используем блок Transfer Function. Пропорциональные звенья являются усилительными, то есть они усиливают входной сигнал в K раз, поэтому их можно представить в виде блока Gain.

2.3 Структурная схема системы

В таблице 1 находятся исходные данные.

Таблица 1 – Таблица исходных данных

k_1	k_u	k_m	T_m	$k_{дв}$	$T_{дв}$	k_p	$k_{тг}$
5	5	5	0,01	120	0,03	0,05	0,1

Подставив необходимые значения, получим структурную схему, представленную на рисунке 2.2:

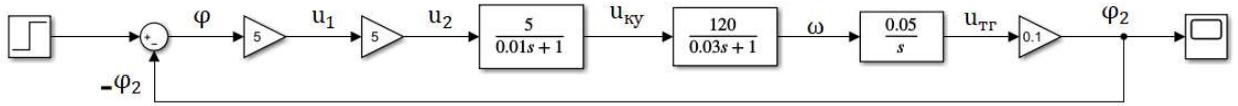


Рисунок 2.2 - Структурная схема системы

В реальных системах звенья могут отличаться друг от друга, но в конечном итоге можно получить одну единую передаточную функцию для системы, называемую эквивалентной. Ее нахождение зависит от вида соединения схемы. Существуют три вида: последовательное, параллельное и с замкнутой обратной связью. В данном случае, система – последовательная с отрицательной обратной связью. Наличие отрицательной обратной связи показывает, что система является замкнутой. Рассмотрим правила преобразований, которые не изменяют свойства системы и позволяют найти эквивалентную передаточную функцию, свернув структурную схему, представленную на Рисунке 3, к одному динамическому звену.

При последовательном соединении выходная величина предшествующего звена подается на вход последующего. Цепочка последовательно соединенных звеньев преобразуется в звено с эквивалентной передаточной функцией, равной произведению передаточных функций отдельных звеньев. Учитывая это, найдем эквивалентную передаточную функцию для системы с последовательным соединением, но без отрицательной обратной связи:

$$G_3 = G_1 \times G_2 \times G_3 \times G_4 \times G_5 \times G_6$$

Подставим все численные значения и получим:

$$G_3 = 5 \times 5 \times \frac{5}{0.01 \times s + 1} \times \frac{120}{0.03 \times s + 1} \times \frac{0.05}{s} \times 0.1$$

$$G_3 = \frac{75}{0.0003 \times s^3 + 0.04 \times s^2 + s}$$

Новая структурная схема представлена на рисунке 2.3:

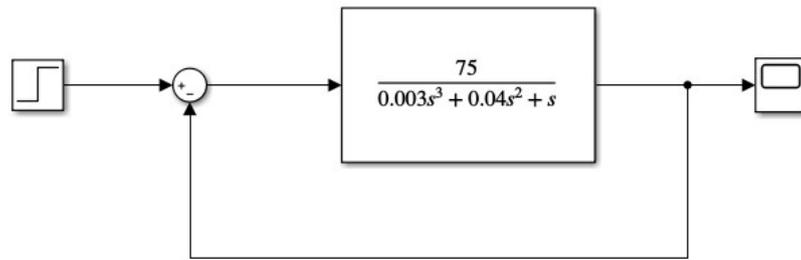


Рисунок 2.4 - Эквивалентная структурная схема замкнутой системы

Участок цепи, по которому сигнал идет в противоположном направлении по отношению к системе, то есть с выхода на вход, называется цепью обратной связи с передаточной функцией G_{oc} . В данном случае, она – отрицательная. Эквивалентная передаточная функция для отрицательной обратной связи:

$$G_{\text{э}} = \frac{G_n}{1 + G_n \times G_{oc}}$$

В схеме выходной сигнал при его поступлении на вход не искажается, то есть отрицательная обратная связь является единичной, $G_{oc} = 1$. Преобразуем формулу для единичной обратной связи:

$$G_{\text{э}} = \frac{G_n}{1 + G_n}$$

Построим обновленную структурную схему для разомкнутой системы, то есть без обратной связи как на рисунке 2.5:

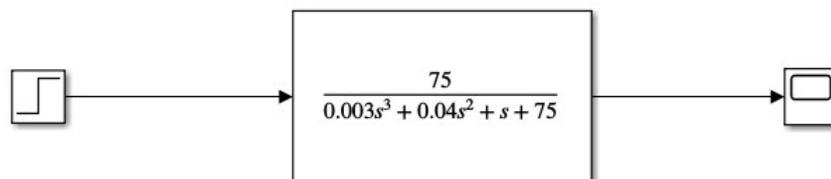


Рисунок 2.5 - Эквивалентная структурная схема разомкнутой системы

2.4 Построение переходных процессов

Хорошо спроектированная система должна не только быть устойчивой и поддерживать заданную точность в установившемся режиме, но и плавно переходить на новый режим при изменении заданного значения выхода. Качество переходных процессов обычно оценивается по переходной

характеристике. Переходной процесс - реакция звена на единичный ступенчатый входной сигнал.

Построим переходную характеристику для замкнутой и разомкнутой систем с помощью команды `step()` в MATLAB.

Замкнутая система – система с отрицательной обратной связью. Передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

`>> s = tf([75], [0.0003 0.04 1 0])` – передаточная функция

`>> step(s)` – переходная характеристика

В итоге получим переходной процесс для замкнутой системы, представленную на рисунке 2.6:

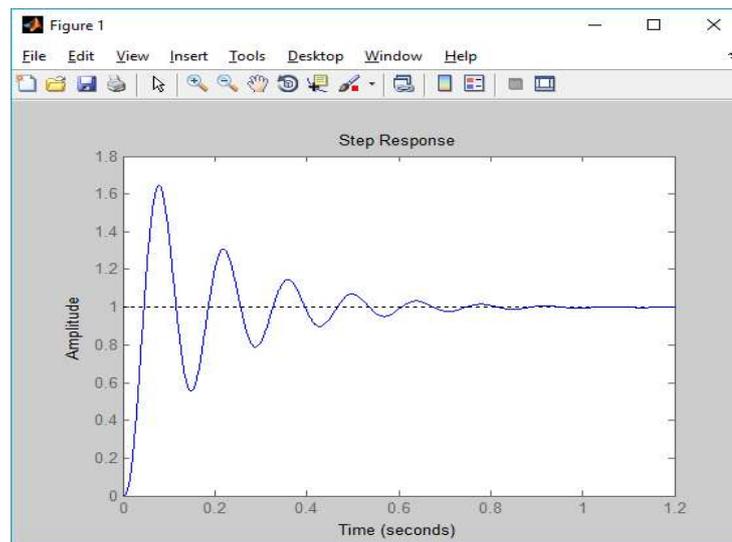


Рисунок 2.6 - Переходная характеристика замкнутой системы

2.5 Определение нулей и полюсов системы

Как было сказано ранее, полюсами передаточной функции называются корни характеристического уравнения, составленного из знаменателя передаточной функции, приравненного к нулю.

Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$G_э = \frac{75}{0.0003 \times s^3 + 0.04 \times s^2 + s}$$

Приравняем знаменатель к нулю и найдем полюса передаточной функции:

$$0.0003 \times s^3 + 0.04 \times s^2 + s = 0$$

$$\begin{cases} s_1 = 0 \\ s_2 = -100 \\ s_3 = -33 \end{cases}$$

Также полюса можно найти с помощью MATLAB. Для этого используется команда `pole()`. Данный способ выглядит следующим образом:

```
>> s = tf([75], [0.0003 0.04 1 0]) – передаточная функция
```

```
>> pole(s) – нахождение нулей
```

С помощью универсального оператора `ltiview()`, можно увидеть полюса, представленные на комплексной плоскости на рисунке 2.7:

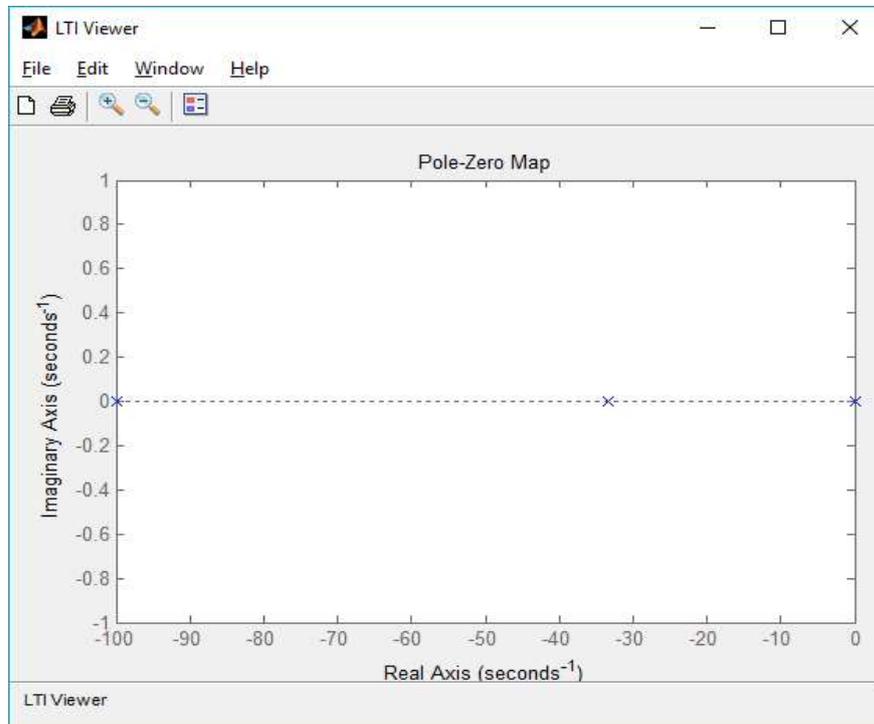


Рисунок 2.7 - Полюса передаточной функции

Корни числителя передаточной функции называются нулями передаточной функции. В данном случае, числитель передаточной функции не содержит дифференциального оператора Лапласа, следовательно, можно сделать вывод, что передаточная функция не имеет нулей.

2.6 Исследование замкнутой системы на устойчивость.

Существует большое количество методов определения устойчивости системы. Одним из них является метод Ляпунова, согласно третьей теореме которого разомкнутая система находится на границе устойчивости, если решением характеристического уравнения является корень, равный нулю. Так как имеется соответствующий полюс, то есть $s_1 = 0$, делаем вывод, что система находится на границе устойчивости.

2.7 Оценка качества системы

2.7.1 Получение прямых оценок качества

В современном мире понятие «качество» тесно связано со многими сферами жизни общества. Какой-либо продукт деятельности человека не будет конкурентоспособным, если не будет удовлетворять требованию потребителя в плане качества, поэтому качество является одним из определяющих факторов, в том числе при проектировании систем автоматического регулирования. Объединение «устойчивость-качество» является основополагающим в работе системы. В направлении автоматизации качество системы представляет из себя совокупность свойств, которые определяют эффективность всей системы.

Первым методом анализа оценок качества является прямой метод, который основывается на исследовании переходного процесса системы [5], представляющий из себя реакцию системы на единичный ступенчатый сигнал.

Проведем прямой метод анализа следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами, представленной на рисунке 2.8 в виде структурной схемы:

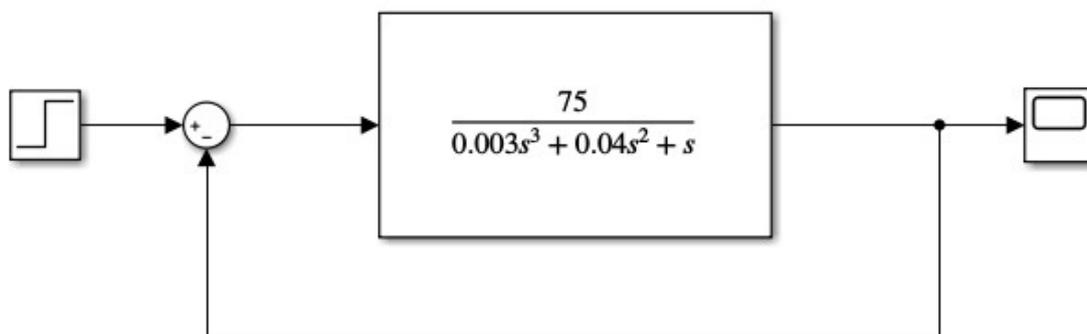


Рисунок 2.8 - Структурная схема системы

Чтобы получить оценки качества прямым методом был построен переходной процесс, показанный на рисунке 2.9.

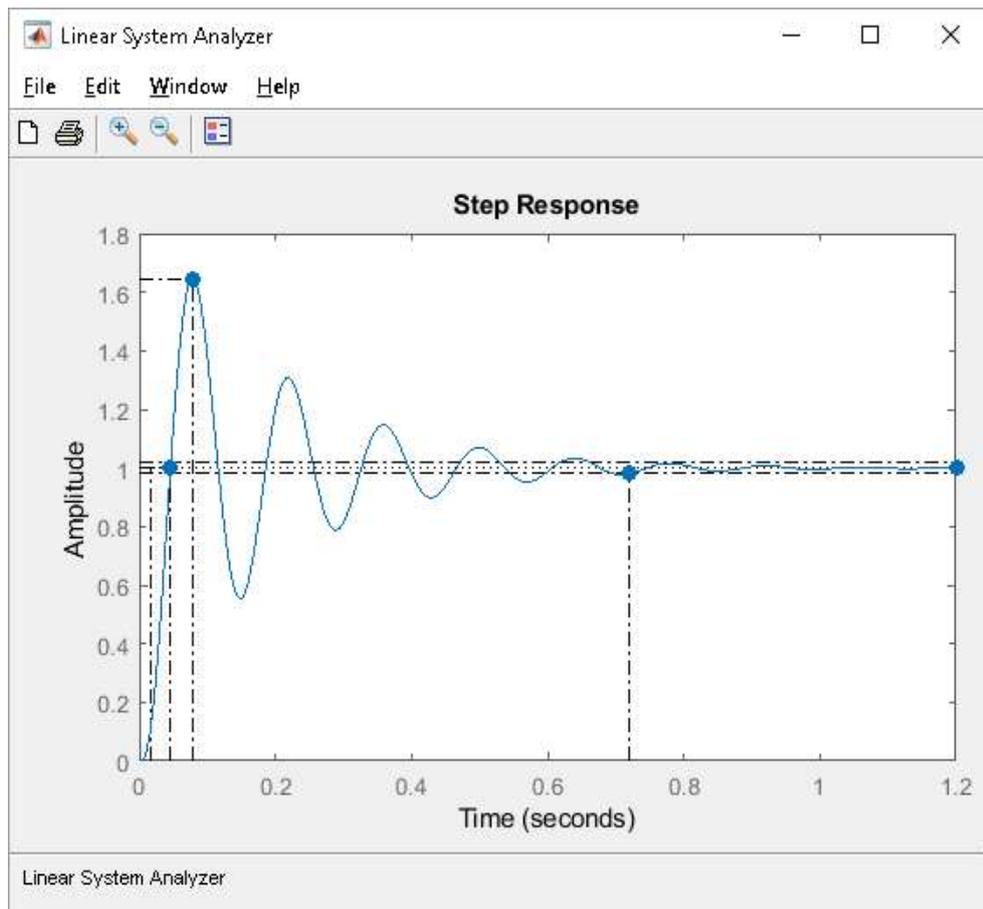


Рисунок 2.9 - Переходной процесс системы

Прямые оценки качества:

а) время регулирования (setting time) - время, по истечении которого выполняется условие:

$$|y - y_{ss}| \leq \delta$$

$$\delta = \frac{2 * y_{ss}}{100}$$

которое определим исходя из графика переходного процесса на рисунке 2.9, выбрав Setting Time из пункта Characteristics контекстного меню, и получим значение как на рисунке 2.10:

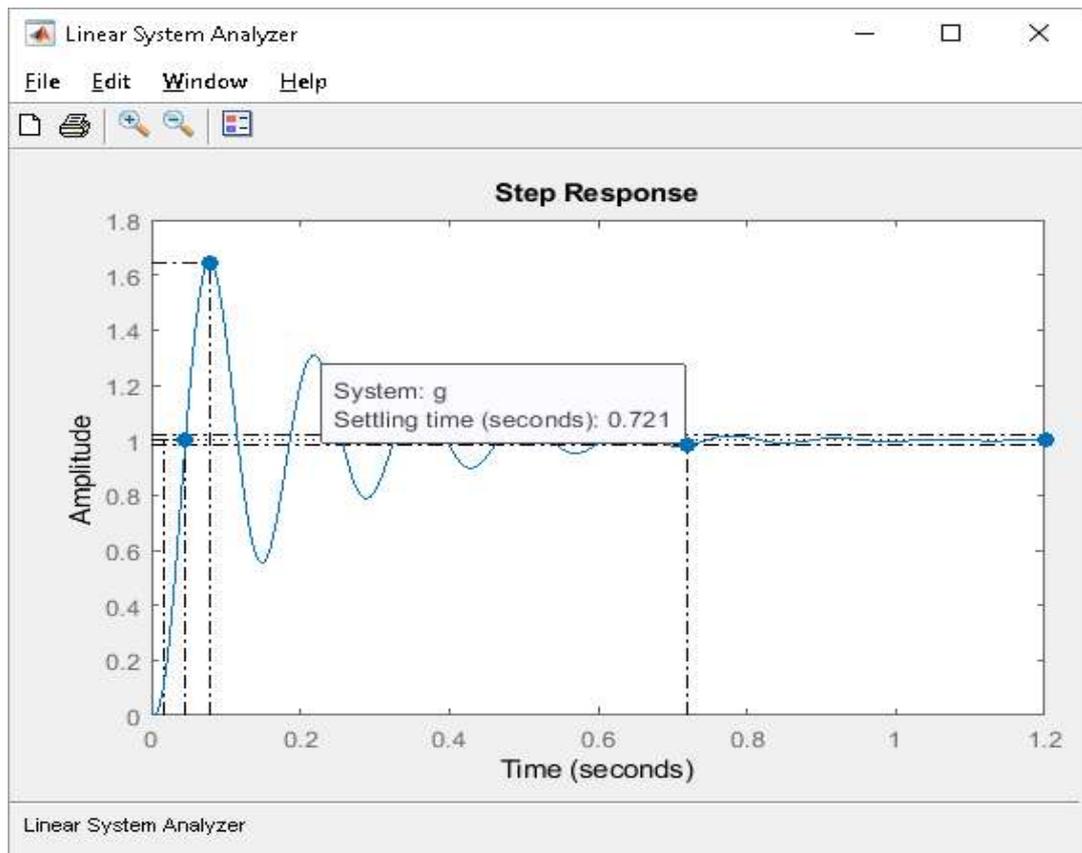


Рисунок 2.10 - Время регулирования системы

Таким образом, по графику на Рисунке 2.10 можно увидеть, что время регулирования $T_{set} = 0.721$ секунд.

б) перерегулирование (overshoot) – максимальное отклонение регулируемой величины от установившегося значения, выражается в процентах:

$$P_{ov} = \frac{y_{max} - y_{ss}}{y_{ss}} * 100\%$$

воспользовавшись графиком на Рисунке 2.9 и пунктом Peak Response из его контекстного меню, получим следующее максимальное отклонение системы (рисунок 2.11):

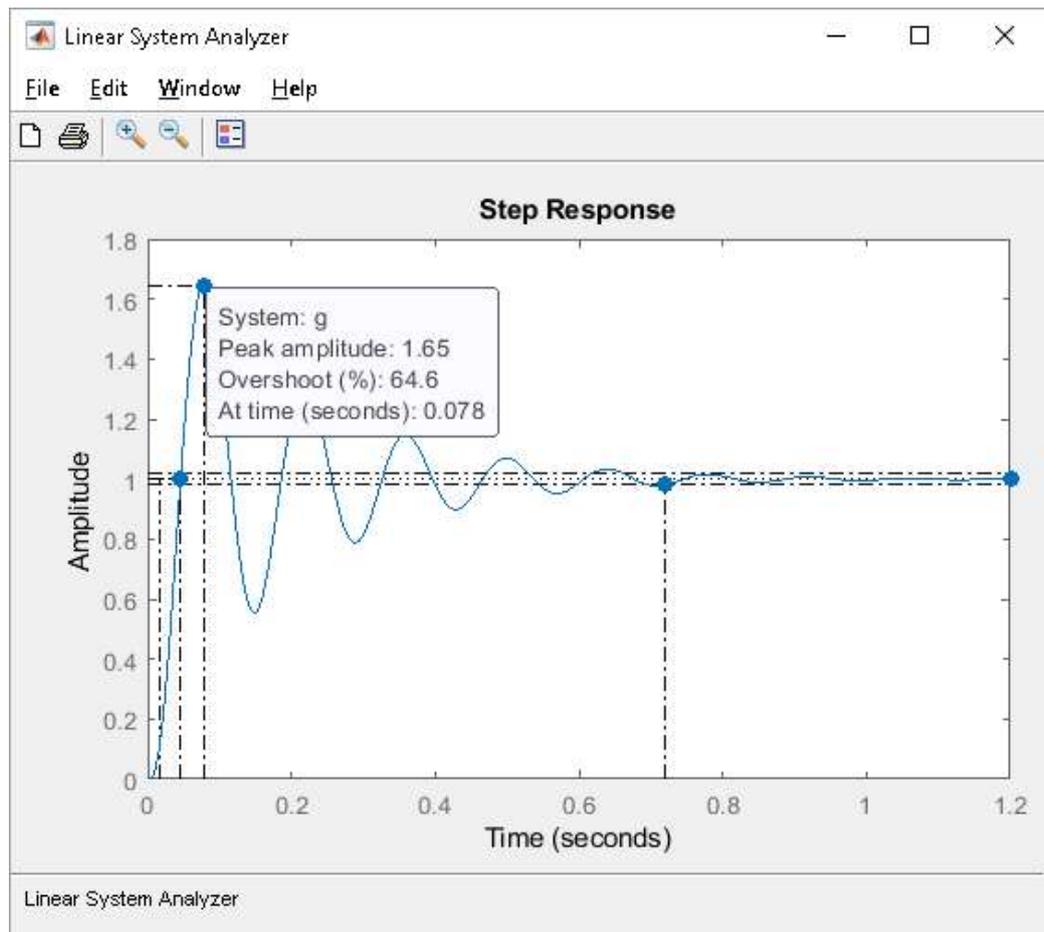


Рисунок 2.11 - Время регулирования системы

То есть, максимальное отклонение системы от установившегося значения $y_{\max} = 1.65$, а установившееся значение системы $y_{ss} = 1$. Подставим данные значения в формулу перерегулирования и получим:

$$P_{ov} = \frac{y_{\max} - y_{ss}}{y_{ss}} * 100\% = \frac{1.65 - 1}{1} * 100\% = 65\%$$

- в) число колебаний M - число колебаний переходного процесса до времени $T = T_{set}$, то есть до времени регулирования. Данную оценку также получим по Рисунку 2.5, где видно, что число полных колебаний равно $M = 5$. Пятое колебание также входит в это число, так как началось до времени регулирования.
- г) колебательность, которая характеризуется следующей формулой:

$$\mu = \frac{y_{\max 2} - y_{ss}}{y_{\max 1} - y_{ss}} * 100\%$$

Определим значение второго максимума $y_{\max 2}$ по Рисунку 2.5, значение первого максимума уже известно. Далее, подставим эти величины в формулу выше и получим:

$$\mu = \frac{Y_{\max 2} - Y_{ss}}{Y_{\max 1} - Y_{ss}} * 100\% = \frac{1.31 - 1}{1.65 - 1} * 100\% \approx 48\%$$

д) частота колебаний ω_{osc} :

$$\omega_{osc} = \frac{2\pi}{T}$$

T – период колебаний, которое равно 0.14, отсюда частота колебаний равняется:

$$\omega_{osc} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.14} \approx 45 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

е) время достижение первого максимума T_p - по Рисунку 2.7 можем увидеть, что его величина $T_p = 0.078 \text{ sec}$.

ж) Время нарастания (rise time) - время, которое требуется для того, чтобы переходной процесс пересек установившееся значение. Также определим по Рисунку 2.9, выбрав пункт Rise Time (рисунок 2.12):

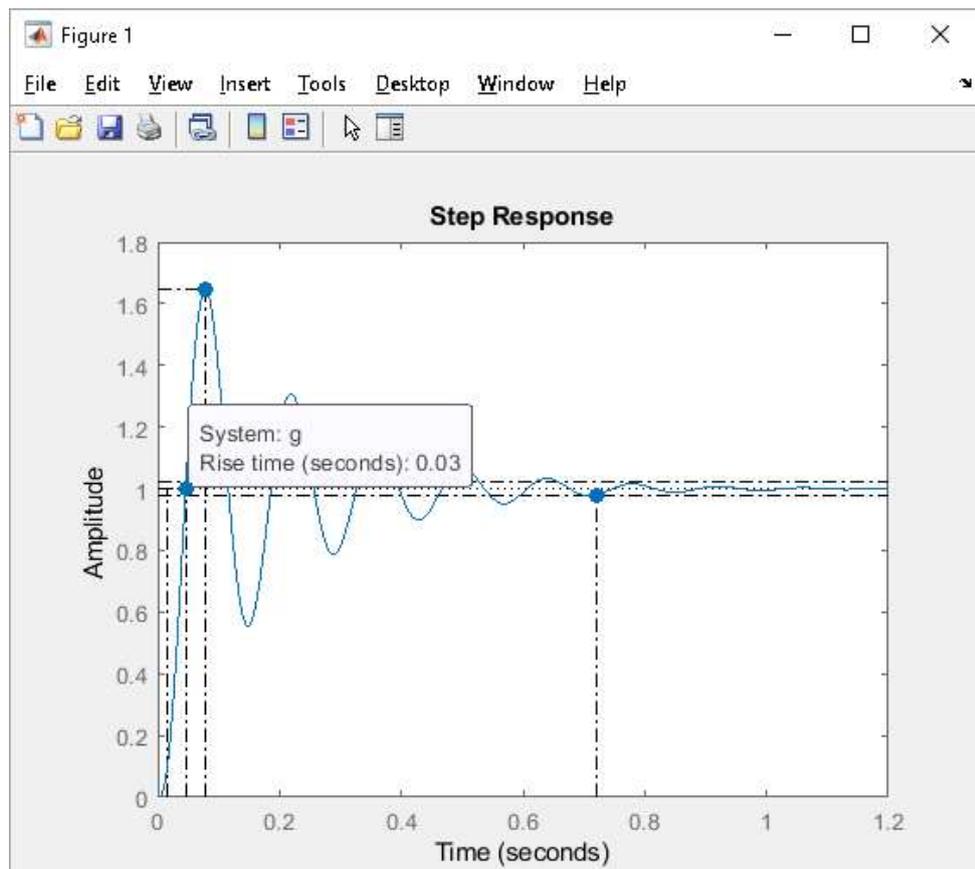


Рисунок 2.12 - Время нарастания

Таким образом, время нарастания равняется 0.03 секунды.

з) Декремент затухания χ – определяется по формуле:

$$\chi = \frac{|y_{\max 1} - y_{ss}|}{|y_{\max 2} - y_{ss}|} * 100\%$$

$$\chi = \frac{|1.64 - 1|}{|1.31 - 1|} * 100\% = 2.06$$

2.7.2 Получение корневых оценок качества

Вторым методом анализа качества системы автоматического регулирования является косвенный метод, который осуществляется без построения переходного процесса. Существуют частотные, интегральные, корневые оценки качества, относящиеся к косвенным. На последних заострим внимание.

Корневые оценки качества основываются на расположении полюсов передаточной функции замкнутой системы.

Получим с помощью команды `rzmap` полюса передаточной функции системы, которые показаны на рисунке 2.13:

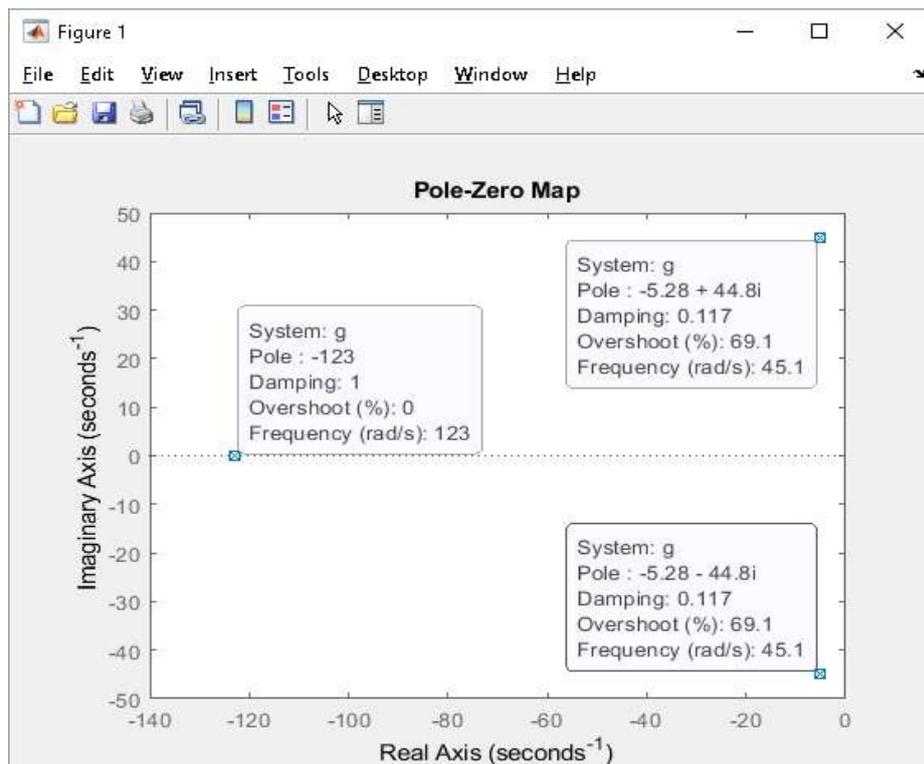


Рисунок 2.13 - Полюса передаточной функции

Также получим собственное значение полюсов (eigenvalues), коэффициент демпфирования (damping factors), собственную частоту (natural frequencies), используя команду `damp`. Результат этого действия представлен на рисунке 2.14.

Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-5.28e+00 + 4.48e+01i	1.17e-01	4.51e+01	1.89e-01
-5.28e+00 - 4.48e+01i	1.17e-01	4.51e+01	1.89e-01
-1.23e+02	1.00e+00	1.23e+02	8.15e-03

Рисунок 2.14 - Характеристики, полученные через команду damp

где собственная частота $\omega_n = 45.1$, коэффициент демпфирования $\varepsilon = 0.117$, коэффициент затухания $\omega_d = 44.8$.

Основываясь на полученных данных, определим корневые оценки качества нашей системы:

а) время регулирования:

$$s_1 = \sigma_1 = -123, \quad s_2, s_3 = \sigma_2 + j\omega = -5.28 \pm j44.8$$

$$T_{\text{set}} = \frac{4}{|\sigma_{\min}|} = \frac{4}{|-5.28|} = 0.76$$

б) перерегулирование:

$$P_{\text{ov}} = e^{-\frac{\varepsilon\pi}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}} * 100\% = e^{-\frac{0.117\pi}{\sqrt{1-0.117^2}}} * 100\% = 69\%$$

в) максимальное значение:

$$y_{\text{max}} = y_{\text{ss}} * \left(1 + \frac{P_{\text{ov}}}{100}\right) = 1 * \left(1 + \frac{69}{100}\right) = 1.69$$

г) степень колебательности:

$$\mu = \frac{\omega_d}{\sigma} = \frac{44.8}{5.28} = 8.5$$

д) частота колебаний:

$$\omega_{\text{osc}} = \omega_n * \sqrt{1 - \varepsilon^2} = 45.1 * \sqrt{1 - 0.117^2} = 44.8$$

е) время достижения первого максимума:

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n * \sqrt{1 - \varepsilon^2}} = \frac{\pi}{45.1 * \sqrt{1 - 0.117^2}} = 0.07$$

ж) быстродействие и степень устойчивости (расстояние от мнимой оси до ближайшего корня или ближайшей пары сопряженных комплексных корней), минимальный полюс $s = -\sigma_{min} = -5.28$. Тогда степень устойчивости:

$$\eta = |\sigma_{min}| = 5.28$$

2.7.3 Получение установившейся ошибки

Напомним, что передаточная функция – это отношение изображения по Лапласу выходной величины к входной величине при нулевых начальных условиях.

Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$G(s) = \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}$$

А структурная схема выглядит как на рисунке 2.15:

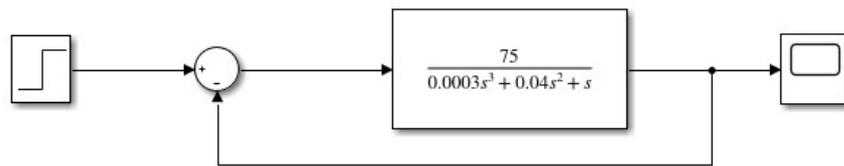


Рисунок 2.15 - Структурная схема замкнутой системы

В данном случае, необходимо получить передаточную функцию относительно задающего воздействия по ошибке, то есть ошибка – выходная величина, а задающее воздействие – входная величина. Наша система имеет общую структурную схему, представленную на рисунке 2.16:

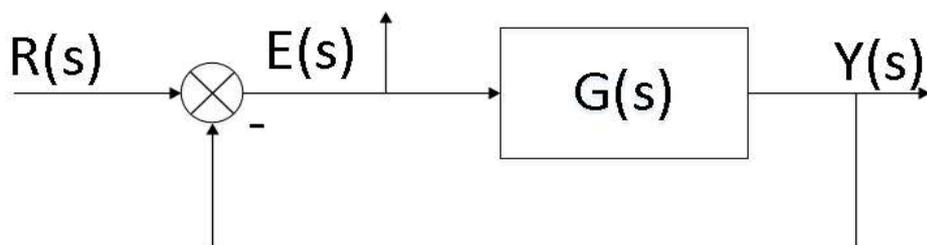


Рисунок 2.16 - Общая структурная схема системы

Здесь , $R(s)$ – задающее воздействие, $E(s)$ – ошибка, а $Y(s)$ является выходной величиной.

Теперь необходимо преобразовать структурную схему так, чтобы ошибка была выходной величиной.

В итоге, получим структурную схему, показанную на рисунке 2.17:

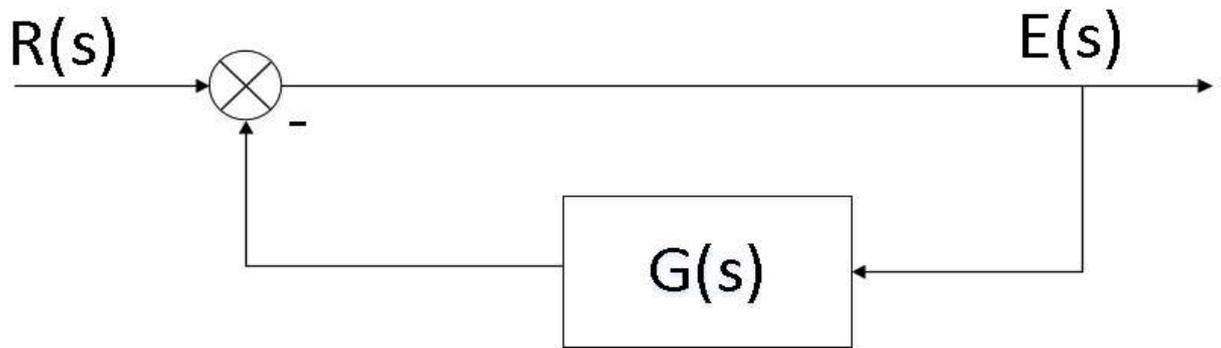


Рисунок 2.17 - Структурная схема по ошибке относительно задающего воздействия

В прямой связи – единичный сигнал, а в обратной связи – передаточная функция $G(s)$. Получим передаточную функцию по ошибке как отношение изображения ошибки к изображению задающего воздействия:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)}$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Задающим воздействием является единичный ступенчатый сигнал, который по преобразованию Лапласа имеет изображение:

$$L[1(t)] = \frac{1}{s}$$

Поэтому получим следующую формулу передаточной функции по ошибке:

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} * \frac{1}{s}$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}} * \frac{1}{s}$$

По полученной передаточной функции по ошибке относительно задающего воздействия получим значение установившейся ошибки, которое соответствует следующей формуле:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s * \frac{1}{s} * \frac{1}{1 + \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}} \right)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 75} = 0$$

2.7.4 Итоговая таблица по полученным оценкам

Согласно полученным данным составлена таблица 2, где объединены все оценки качества системы:

Таблица 2 – Оценки качества системы

	№	Оценки качества		прямые	косвенные	Желаемые требования	Соответствие требованиям
Основные	1	Время регулирования	T_{set}	0.721	0.76		
	2	Перерегулирование	P_{ov}	65	69	10-30%	Нет
	3	Число колебаний	M	5		1, 2	Нет
	4	Колебательность	μ	48%	8.5	$1,1 \ll \mu \ll 1,5$	Нет
	5	Частота колебаний	ω_{osc}	45	44.8		
	6	Установившаяся ошибка	e_{ss}		0		0

Продолжение таблицы 2

	№	Оценки качества		прямые	косвенные	Желаемые требования	Соответствие требованиям
Дополнительные	7	Время достижения первого максимума	T_p	0.078	0.07		
	8	Время нарастания	T_R	0.03			
	9	Декремент затухания	χ	2.06			

2.8 Исследование влияния регуляторов на систему и синтез

При исследовании оценок качества системы было выявлено, что большинство из них не соответствует желаемым требованиям и можно сделать вывод, что необходимо построение регулятора. В данной подглаве рассмотрены схемы с типовыми регуляторами, влияние на динамику системы и оценки качества.

В качестве объекта управления – следящая система с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами, передаточная функция которой без отрицательной обратной связи имеет вид:

$$G(s) = \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}$$

Структурная схема системы управления с регулятором представлена на рисунке 2.18:

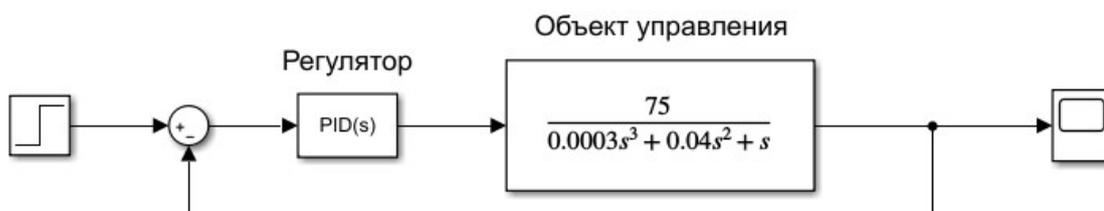


Рисунок 2.18 – Структурная схема системы управления с регулятором

Обозначим передаточную функцию регулятора как $C(s)$ и найдем эквивалентную передаточную функцию $T(s)$ системы:

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

2.8.1 Пропорциональный регулятор

Пропорциональное управление является самым простым в реализации и чаще всего используется в управляющих системах. Регулятор вырабатывает управляющее воздействие на объект пропорционально величине ошибки, то есть, чем больше ошибка, тем больше управляющее воздействие:

$$u(t) = Pe(t)$$

Передаточная функция П-регулятора совпадает с передаточной функцией пропорционального типового звена:

$$C_p(s) = P$$

Определим эквивалентную передаточную функцию системы с П-регулятором:

$$T(s) = \frac{C_p(s)G(s)}{1 + C_p(s)G(s)} = \frac{PG(s)}{1 + PG(s)}$$

$$T(s) = \frac{P \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}{1 + P \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}} = \frac{75P}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 75P}$$

По критерию Гурвица найдем предельные значения коэффициента k_p :

1. Определим параметры характеристического уравнения:

$$0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 75P = 0$$

$$a_0 = 0.0003, a_1 = 0.04, a_2 = 1, a_3 = 75P$$

Согласно критерию Гурвица:

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 = 75k_p > 0$$

$$75P > 0$$

$$P > 0$$

2. Построим матрицу Гурвица и определим главные диагональные миноры:

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.04 & 75P & 0 \\ 0.0003 & 1 & 0 \\ 0 & 0.04 & 75P \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0.04, \Delta_2 = 0.04 - 0.0225P$$

Согласно критерию Гурвица:

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0$$

$$0.04 - 0.0225P > 0$$

$$P < 1.77$$

Следовательно, значение коэффициента P будет принадлежать следующему промежутку допустимых значений:

$$P \in (0; 1.77)$$

Иначе система будет неустойчивой.

Рассмотрим действие П-регулятора на следящую систему с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами.

Схема моделирования (рисунок 2.19) представлена ниже:

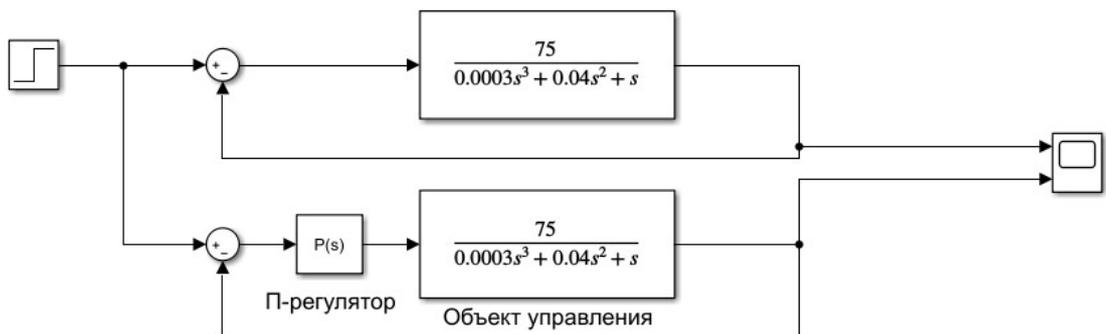


Рисунок 2.19 - Схема моделирования системы с П-регулятором

Изменив значение P в настройках П-регулятора, получим график моделирования (рисунок 2.20) и исследуем его влияние на устойчивость и оценки качества первоначального переходного процесса:

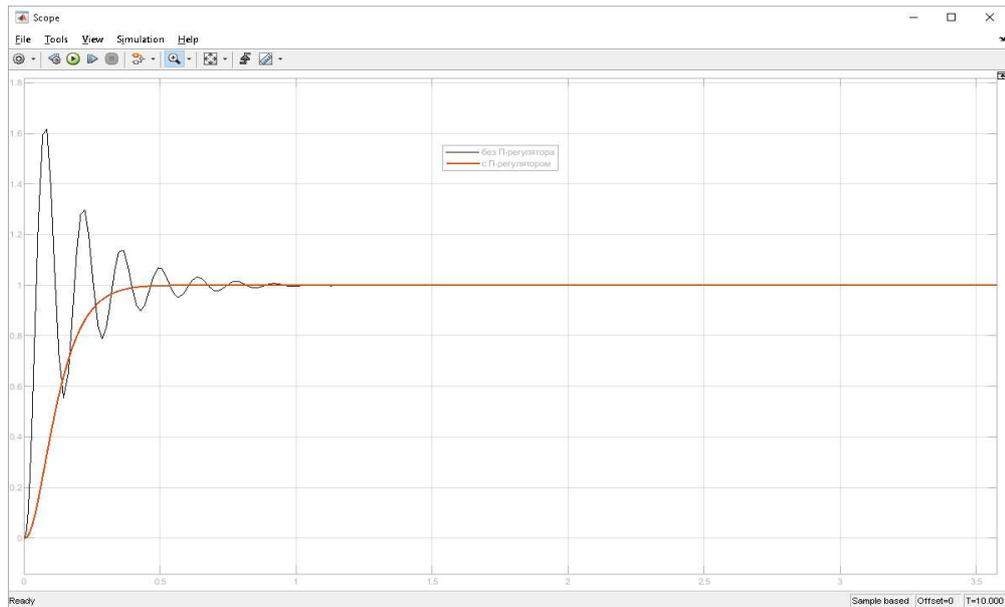


Рисунок 2.20 - Переходной процесс системы с П-регулятором

Можно наблюдать, что переходной процесс при значении коэффициента $P = 0.1$ стал монотонным, регулятор погасил колебания, а также что система сохранила свою точность.

Рассмотрим, как менялись оценки качества системы. Для этого воспользуемся командой `step`. Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{7.5}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 7.5}$$

Получим следующие оценки качества, показанные на рисунке 2.21:

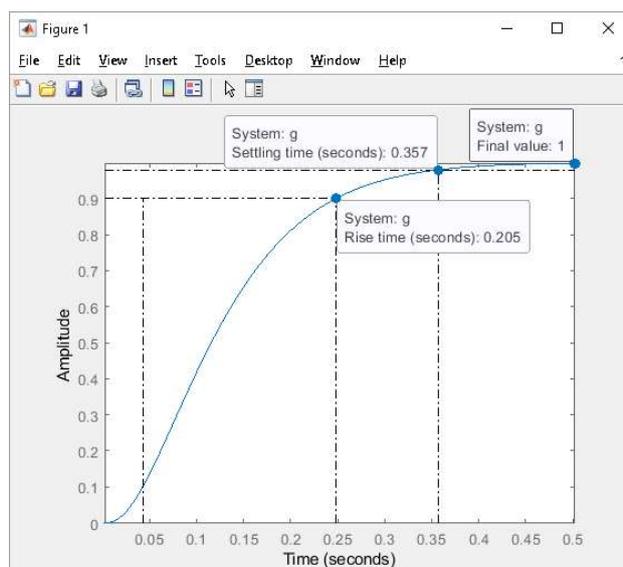


Рисунок 2.21 - Оценки качества системы с П-регулятором

Сравнивая оценки качества системы с оценками из таблицы 2, построим таблицу 3:

Таблица 3 – Оценки качества системы с П-регулятором

	Время регулирования	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	0.03	0
С П-регулятором	0.357	0.205	0

2.8.2 Интегральный регулятор

Интегральный регулятор – регулятор, основное назначение которого ликвидация установившейся ошибки, то есть повышение точности системы. И-регуляторы в отдельности применяются редко из-за медленного нарастания регулирующего воздействия на объект. Закон И-регулирования:

$$u(t) = I \int_0^{\infty} e(t) dt$$

$$I = \frac{1}{T_I}$$

где T_I - постоянная интегрирования (время, в течение которого с момента поступления на вход регулятора сигнала сигнал на выходе регулятора достигнет значения, равного значению входного сигнала).

Передаточная функция И-регулятора совпадает с передаточной функцией интегрирующего типового звена:

$$C_I(s) = I \frac{1}{s}$$

Определим эквивалентную передаточную функцию системы с И-регулятором:

$$T(s) = \frac{C_I(s)G(s)}{1 + C_I(s)G(s)} = \frac{\frac{I}{s} G(s)}{1 + \frac{I}{s} G(s)}$$

$$T(s) = \frac{\frac{I}{s} \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}{1 + \frac{I}{s} \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}} = \frac{75I}{0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 75I}$$

По критерию Гурвица найдем предельные значения коэффициента I:
 Определим параметры характеристического уравнения:

$$0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 75I = 0$$

$$a_0 = 0.0003, a_1 = 0.04, a_2 = 1, a_3 = 0, a_4 = 75I$$

Согласно критерию Гурвица:

$$a_4 = 75I > 0$$

$$I > 0$$

Построим матрицу Гурвица и определим главные диагональные миноры:

$$H = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0003 & 1 & 75I & 0 \\ 0 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 1 & 75I \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0.04, \Delta_2 = 0.04, \Delta_3 = -0.12I, \Delta_4 = -225I^2$$

Согласно критерию Гурвица:

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0, \Delta_4 > 0$$

Обратим внимание на выражение $\Delta_4 = -225I^2$. Квадрат любого числа (кроме нуля) – число положительное, а при умножении положительного числа на отрицательное получится отрицательное число, следовательно, неравенство $\Delta_4 > 0$ не может быть выполнено. Отсюда делаем вывод, что при любом значении коэффициента I система будет неустойчивой. Проверим это, построив переходные процессы для некоторых значений коэффициента I.

Схема моделирования представлена на рисунке 2.22:

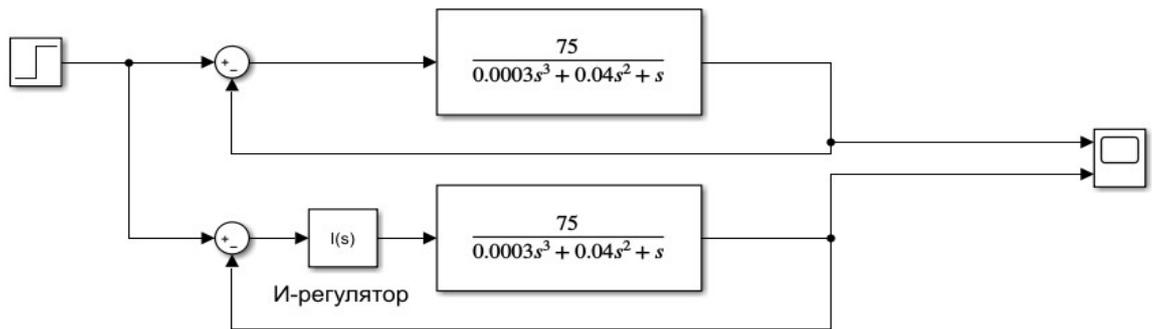


Рисунок 2.22 - Схема моделирования системы с И-регулятором

1. $I = -0.3$

График моделирования представлен на рисунке 2.23:



Рисунок 2.23 - Переходной процесс системы с И-регулятором с $I = 0.3$

2. $I = 0.01$

График моделирования представлен на рисунке 2.24:

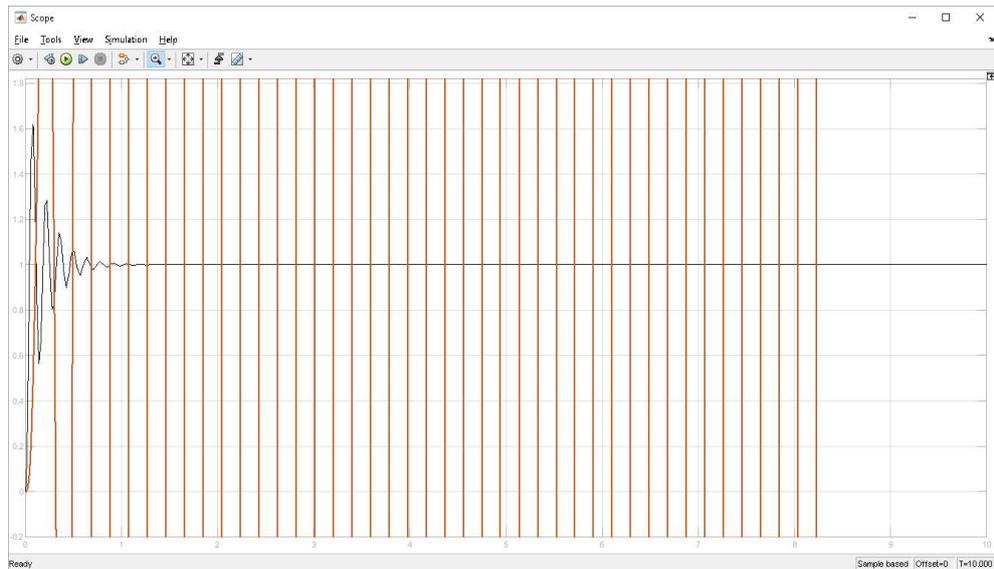


Рисунок 2.24 - Переходной процесс системы с И-регулятором с $I = 0.01$

Видим, что система неустойчивая. Делаем вывод, что самостоятельно И-регулятор не приводит к желаемому результату.

2.8.3 Пропорционально-интегральный регулятор

Одиночное И-регулирование привело к тому, что колебания системы увеличились так, что система стала неустойчивой. Поэтому интегратор используется вместе с пропорциональным звеном. В этом случае получим пропорционально-интегральный закон управления (ПИ-регулятор):

$$u(t) = Pe(t) + I \int_0^{\infty} e(t)dt$$

Передаточная функция ПИ-регулятора:

$$C_{PI}(s) = P + I \frac{1}{s}$$

Определим эквивалентную передаточную функцию системы с ПИ-регулятором:

$$T(s) = \frac{C_{PI}(s)G(s)}{1 + C_{PI}(s)G(s)}$$

$$T(s) = \frac{\left(P + I\frac{1}{s}\right) \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}{1 + \left(P + I\frac{1}{s}\right) \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}$$

$$T(s) = \frac{75Ps + 75I}{0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 75Ps + 75I}$$

По критерию Гурвица найдем предельные значения коэффициента I по коэффициенту P:

Определим параметры характеристического уравнения:

$$.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 75Ps + 75I = 0$$

$$a_0 = 0.0003, a_1 = 0.04, a_2 = 1, a_3 = 75P, a_4 = 75I$$

Согласно критерию Гурвица:

$$P > 0, \quad I > 0$$

Построим матрицу Гурвица и определим главные диагональные миноры:

$$H = \begin{pmatrix} 0.04 & 75P & 0 & 0 \\ 0.0003 & 1 & 75I & 0 \\ 0 & 0.04 & 75P & 0 \\ 0 & 0.0003 & 1 & 75I \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0.04, \Delta_2 = 0.04 - 0.0225P, \Delta_3 = 3P - 0.12I - 1.6875P^2$$

Согласно критерию Гурвица:

$$\begin{cases} 0.04 - 0.0225P > 0 \\ 3P - 0.12I - 1.6875P^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P < 1.77 \\ I < \frac{3P - 1.6875P^2}{0.12} \end{cases}$$

Таким образом, определили ограничения коэффициента I, при которых система будет устойчивой. Подбирая значения коэффициента P, используя данное ограничение, будем подбирать значения коэффициента I.

Схема моделирования представлена на рисунке 2.25:

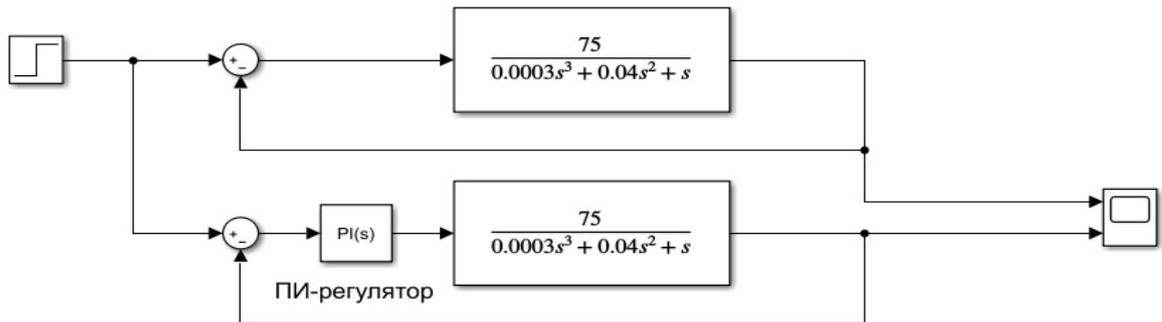


Рисунок 2.25 - Схема моделирования системы с ПИ-регулятором

$$1. \begin{cases} P = 0.1 \\ I < 2.35 \end{cases}$$

$$1.1 P = 0.1, I = 0.1$$

График моделирования (рисунок 2.26) в этом случае:

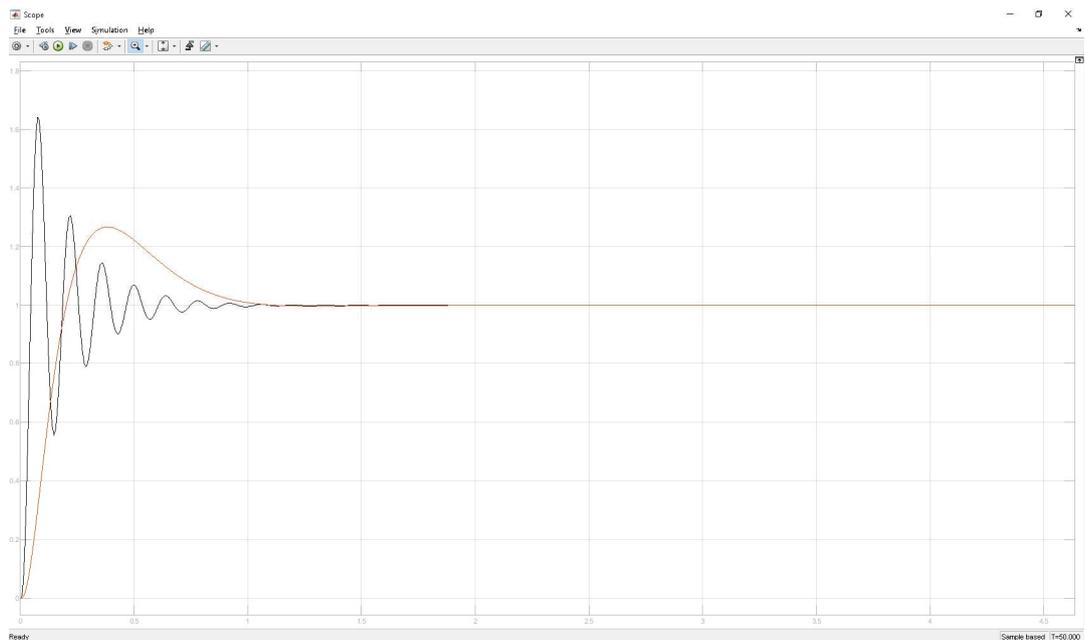


Рисунок 2.26 - Переходной процесс системы с ПИ-регулятором с $P = I = 0.1$

Получили монотонный процесс с перерегулированием. Система – точная. Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{7.5s + 7.5}{0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 7.5s + 7.5}$$

Оценки качества (рисунок 2.27) в данном случае:

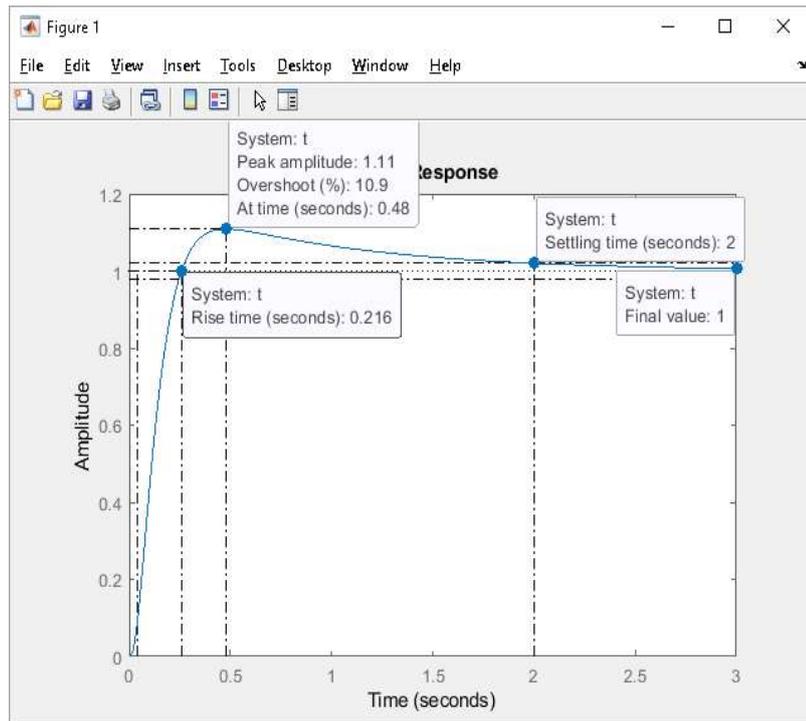


Рисунок 2.27 - Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = I = 0.1$

Составим таблицу 4:

Таблица 4 – Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = I = 0.1$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПИ-регулятором	2	10.9%	0.216	0

1.2 $P = 0.1, I = 0.3$

График моделирования (рисунок 2.28) в этом случае:

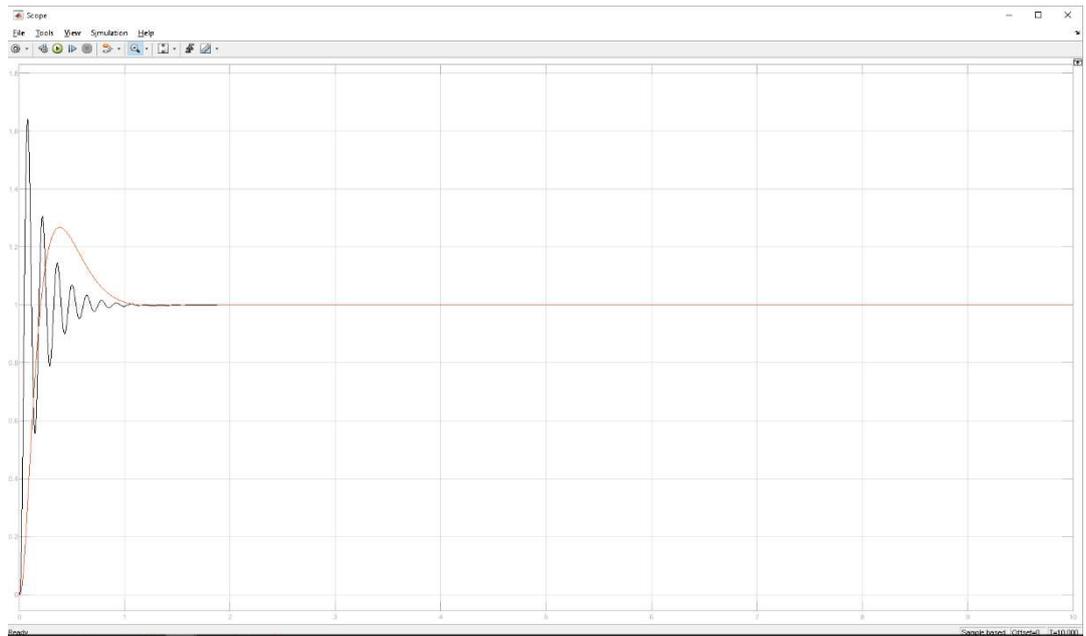


Рисунок 2.28 - Переходной процесс системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1, I = 0.3$

Получили монотонный процесс с перерегулированием. Система – точная. Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{7.5s + 22.5}{0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 7.5s + 22.5}$$

Оценки качества (рисунок 2.29) в данном случае:

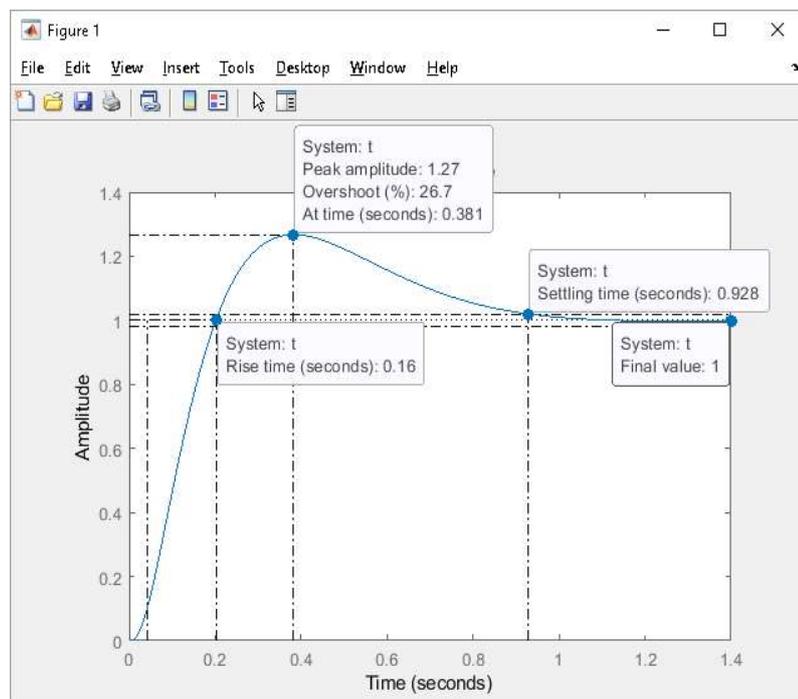


Рисунок 2.29 - Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1, I = 0.3$

Составим таблицу 5:

Таблица 5 – Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1, I = 0.3$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПИ-регулятором	0.928	26.7%	0.16	0

1.3 $P = 0.1, I = 0.7$

График моделирования (рисунок 2.30) в этом случае:

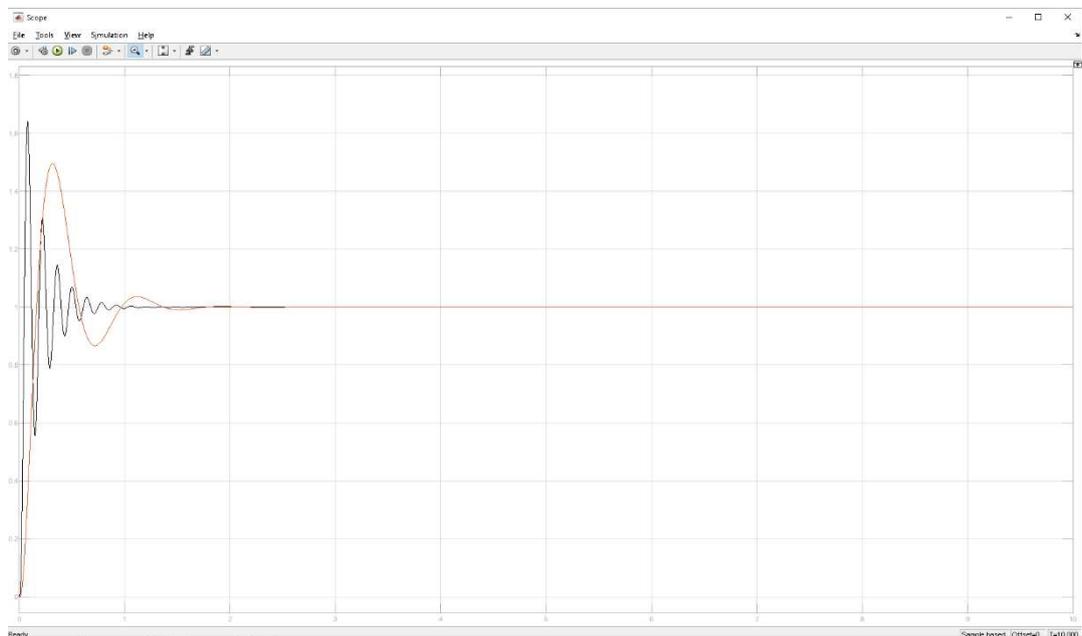


Рисунок 2.30 - Переходной процесс системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1, I = 0.7$

Получили колебательный процесс. Система – точная.
 Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{7.5s + 52.5}{0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 7.5s + 52.5}$$

Оценки качества (рисунок 2.31) в данном случае:

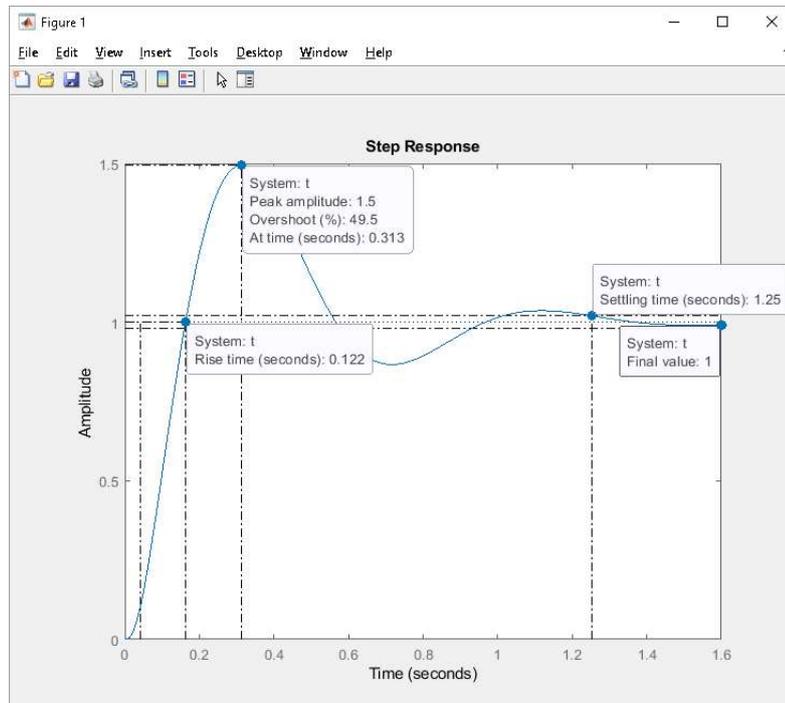


Рисунок 2.31 - Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1$, $I = 0.7$

Составим таблицу 6:

Таблица 6 – Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1$, $I = 0.7$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПИ-регулятором	1.25	49.5%	0.122	0

1.4 $P = 0.1$, $I = 1.7$

График моделирования (рисунок 2.32) в этом случае:

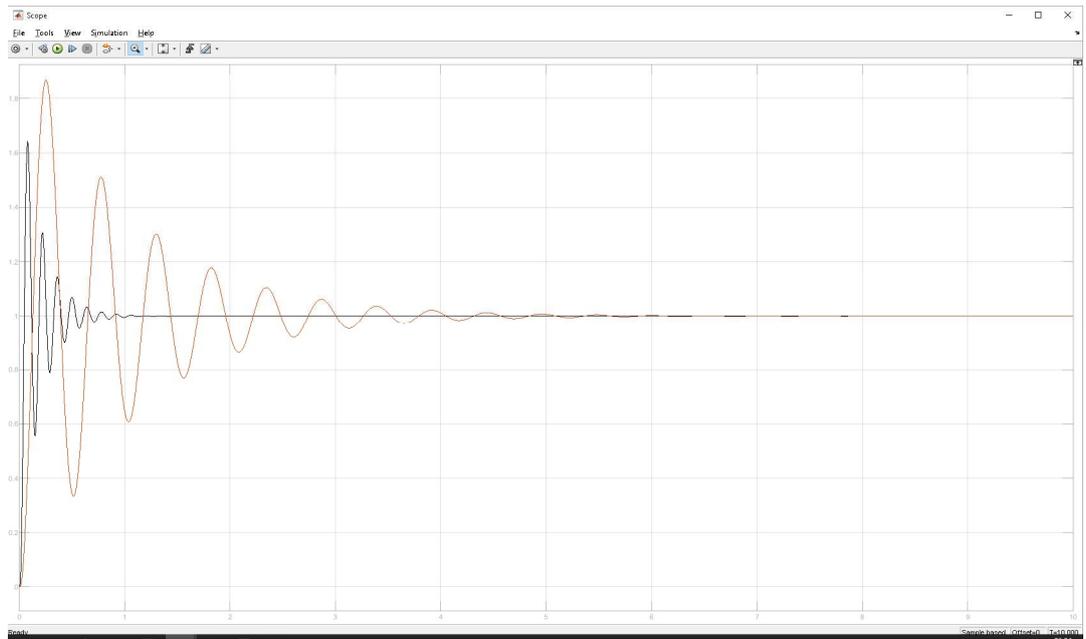


Рисунок 2.32 - Переходной процесс системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1$, $I = 1.7$

Получили колебательный процесс. Система – точная.
 Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{7.5s + 127.5}{0.0003s^4 + 0.04s^3 + s^2 + 7.5s + 127.5}$$

Оценки качества (рисунок 2.33) в данном случае:

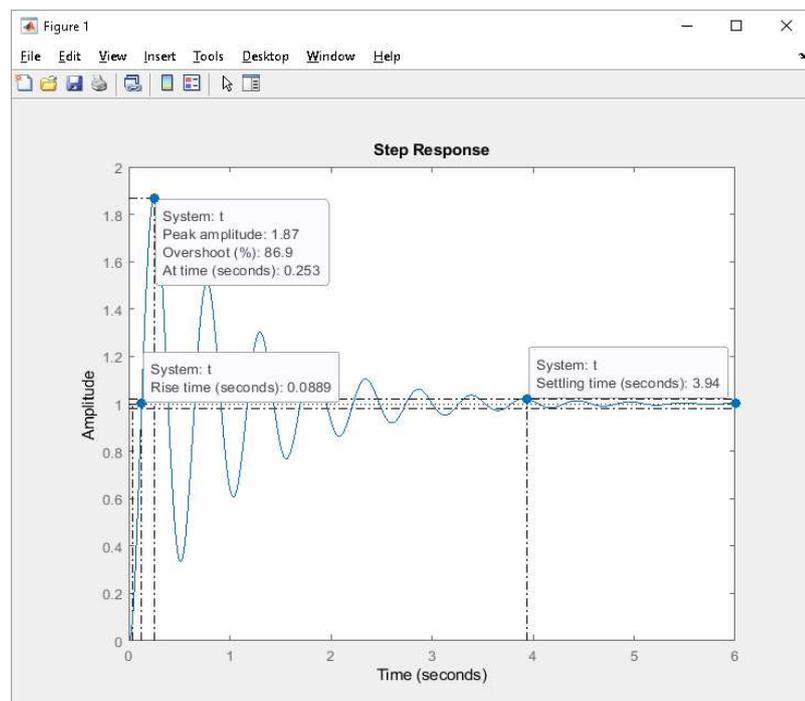


Рисунок 2.33 - Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1$, $I = 1.7$

Составим таблицу 7:

Таблица 7 – Оценки качества системы с ПИ-регулятором с $P = 0.1, I = 1.7$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПИ-регулятором	3.94	86.9%	0.0889	0

По всем полученным данным, можем сделать вывод, что при определенном соотношении коэффициентов P и I ПИ-регулятор может улучшить некоторые показатели переходного процесса. Но одновременно и ухудшает: И-составляющая увеличивает время регулирования, тем самым уменьшая быстродействие системы, повышает колебательность и перерегулирование. Так как системы и без регулятора является точной, в И-составляющей регулятора необходимости нет, так как ее главное назначение – корректировка точности.

2.8.4 Пропорционально-дифференциальный регулятор

ПД-регулирование помогает контролировать скорость изменения ошибки управления [4]. Работа ПД-регулятора описывается следующим выражением:

$$u(t) = Pe(t) + D \frac{de(t)}{dt}$$

Передаточная функция ПД-регулятора:

$$C_{PD}(s) = P + D \frac{Ns}{s + N}, N = 100$$

Определим эквивалентную передаточную функцию системы с ПД-регулятором:

$$T(s) = \frac{C_{PD}(s)G(s)}{1 + C_{PD}(s)G(s)}$$

$$T(s) = \frac{\left(P + D \frac{100s}{s+100}\right) \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}{1 + \left(P + D \frac{100s}{s+100}\right) \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}$$

$$T(s) = \frac{(75P + 7500D)s + 7500P}{0.0003s^4 + 0.07s^3 + 5s^2 + (75P + 7500D + 100)s + 7500P}$$

По критерию Гурвица найдем предельные значения коэффициента I по коэффициенту P:

Определим параметры характеристического уравнения:

$$0.0003s^4 + 0.07s^3 + 5s^2 + (7500D + 100)s + 75P = 0$$

$$a_0 = 0.0003, a_1 = 0.07, a_2 = 5, a_3 = (75P + 7500D + 100), a_4 = 75P$$

Согласно критерию Гурвица:

$$P > 0, \quad 75P + 7500D + 100 > 0$$

$$P > 0, \quad D > -\frac{75P + 100}{7500}$$

Построим матрицу Гурвица и определим главные диагональные миноры:

$$H = \begin{pmatrix} 0.07 & 75P + 7500D + 100 & 0 & 0 \\ 0.0003 & 5 & 75P & 0 \\ 0 & 0.07 & 75P + 7500D + 100 & 0 \\ 0 & 0.0003 & 5 & 75P \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0.07, \Delta_2 = 0.35 - 0.0225P - 2.25D - 0.03$$

Согласно критерию Гурвица:

$$0.35 - 0.0225P - 2.25D - 0.03 > 0$$

$$\begin{cases} P < 1.77 \\ D > -\frac{75P + 100}{7500} \\ D < \frac{0.32 - 0.0225P}{2.25} \end{cases}$$

Таким образом, определили ограничения коэффициента D, при которых система будет устойчивой. Подбирая значения коэффициента P, используя данное ограничение, будем подбирать значения коэффициента D.

Иначе система будет неустойчивой.

Схема моделирования представлена на рисунке 2.34:

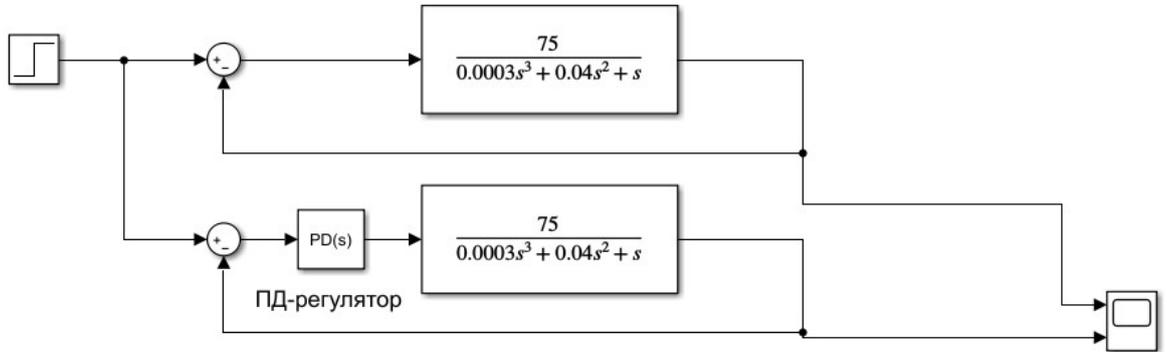


Рисунок 2.34 - Схема моделирования системы с ПД-регулятором

$$1. \begin{cases} P = 0.1 \\ D > \sim -0.012 \\ D < \sim 0.14 \end{cases}$$

1.1 P = 0.1, D = -0.01

График моделирования (рисунок 2.35) в этом случае:

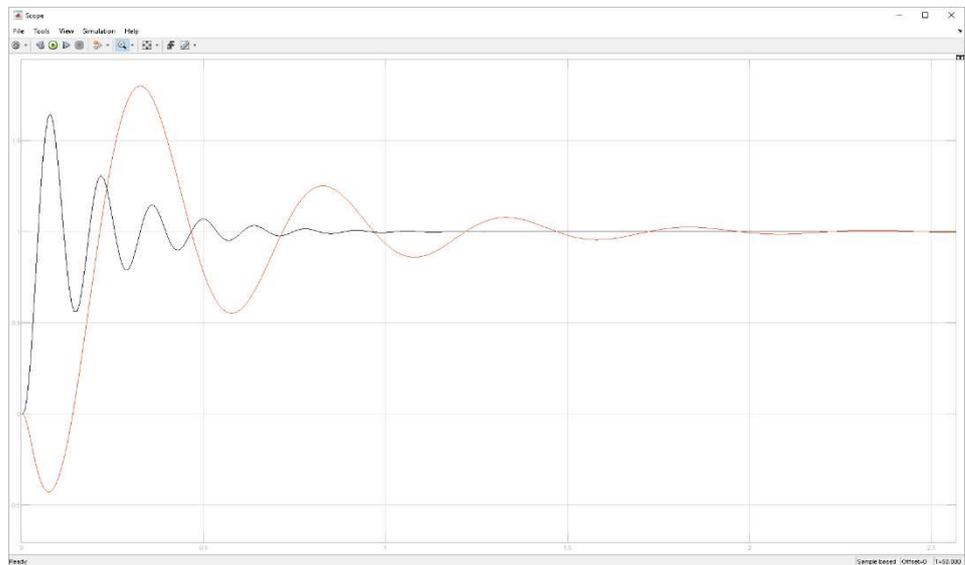


Рисунок 2.35 - Переходной процесс системы с ПД-регулятором с P = 0.1, D = -0.01

Получили колебательный процесс. Система – точная.

Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{-67.5s + 750}{0.0003s^4 + 0.07s^3 + 5s^2 + 32.5s + 750}$$

Оценки качества (рисунок 2.36) в данном случае:

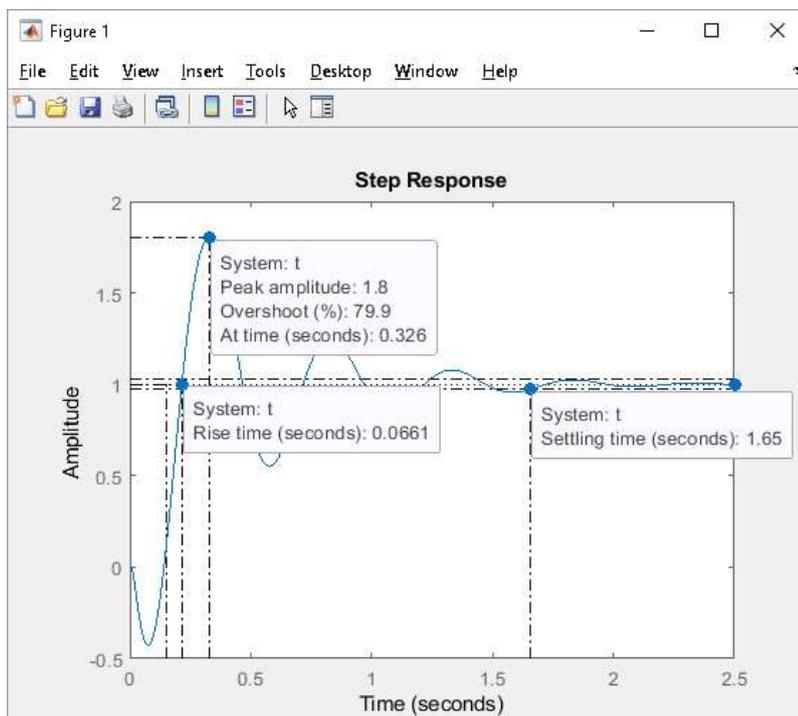


Рисунок 2.36 - Оценки качества системы с ПД-регулятором с $P = 0.1$, $D = -0.01$

Составим таблицу 8:

Таблица 8 – Оценки качества системы с ПД-регулятором с $P = 0.1$, $I = -0.01$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПД-регулятором	1.65	79.9%	0.0586	0

1.2 $P = 0.1$, $D = 0.01$

График моделирования (рисунок 2.37) в этом случае:

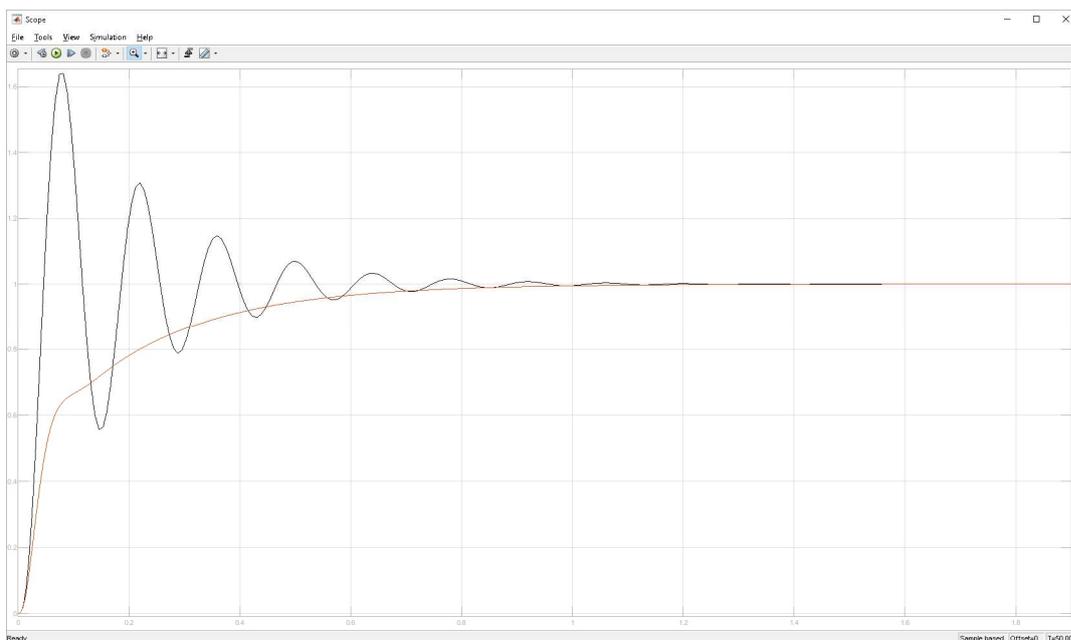


Рисунок 2.37 - Переходной процесс системы с ПД-регулятором с $P = 0.1, D = 0.01$

Получили монотонный процесс. Система – точная.
 Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{82.5s + 750}{0.0003s^4 + 0.07s^3 + 5s^2 + 182.5s + 750}$$

Оценки качества (рисунок 2.38) в данном случае:

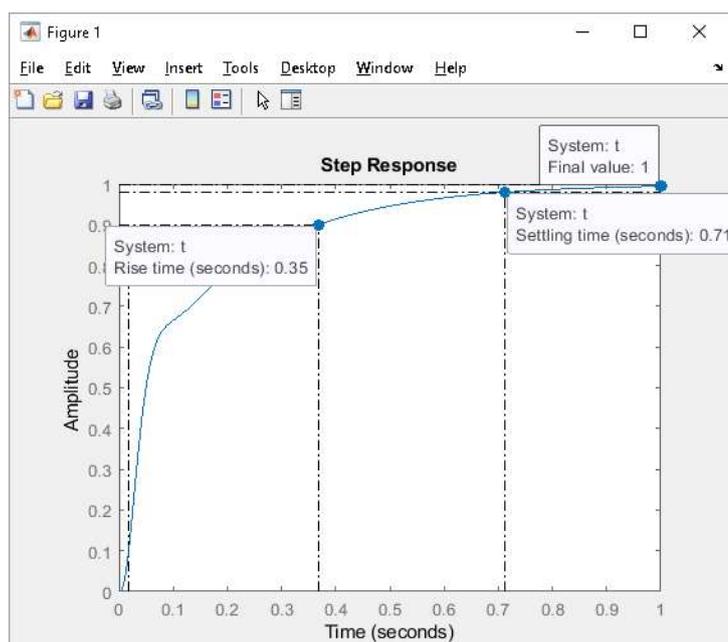


Рисунок 2.38 - Оценки качества системы с ПД-регулятором с $P = 0.1, D = 0.01$

Составим таблицу 9:

Таблица 9 – Оценки качества системы с ПД-регулятором с $P = 0.1, I = 0.01$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПД-регулятором	0.71	0%	0.0586 (90%)	0

1.3 $P = 0.1, D = 0.1$

График моделирования (рисунок 2.39) в этом случае:

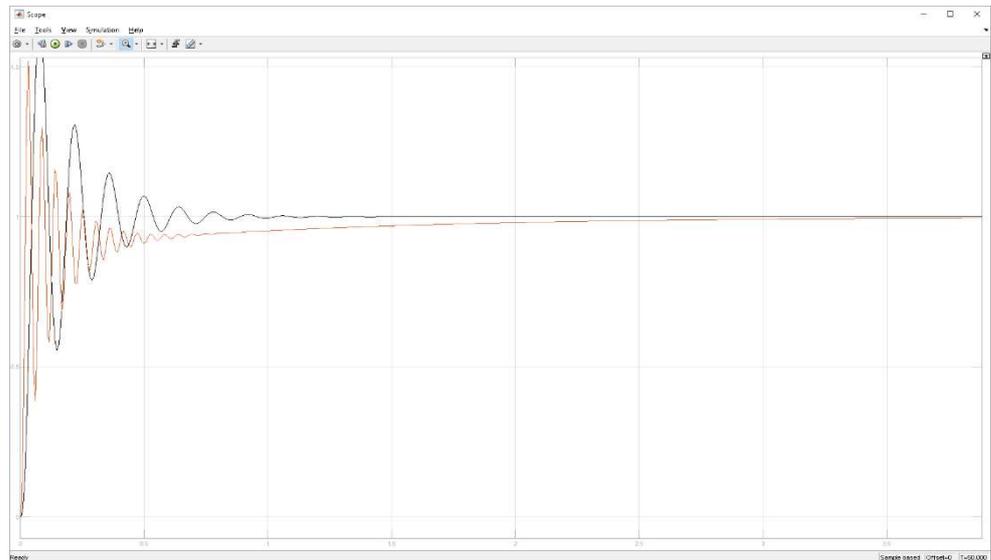


Рисунок 2.39 - Переходной процесс системы с ПД-регулятором с $P=0.1, D=0.1$

Получили колебательный процесс. Система – точная.

Передаточная функция данной системы:

$$T(s) = \frac{757.5s + 750}{0.0003s^4 + 0.07s^3 + 5s^2 + 857.5s + 750}$$

Оценки качества (рисунок 2.40) в данном случае:

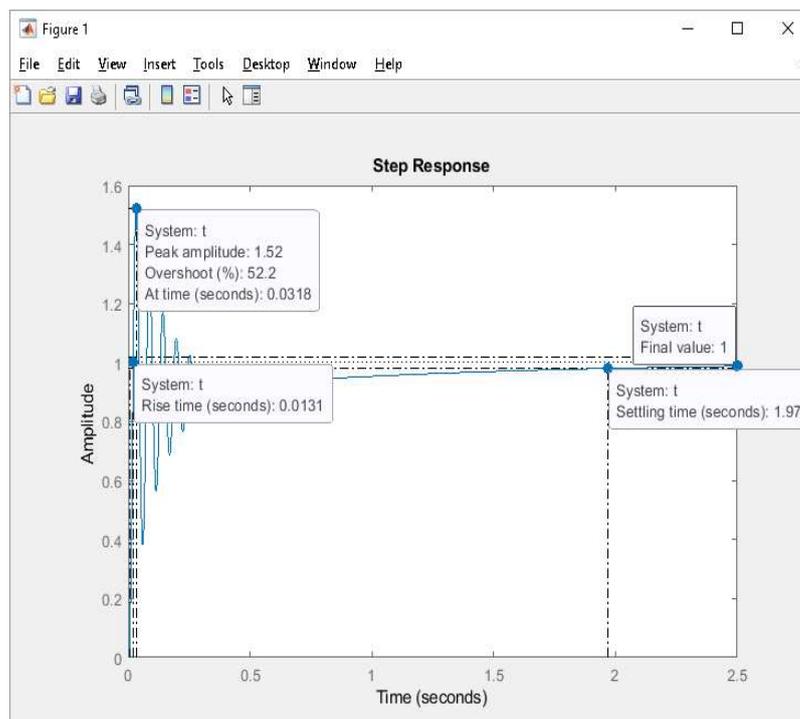


Рисунок 2.40 - Оценки качества системы с ПД-регулятором с $P = 0.1$, $D = 0.1$

Составим таблицу 10:

Таблица 10 – Оценки качества системы с ПД-регулятором с $P = 0.1$, $I = 0.1$

	Время регулирования	Перерегулирование	Время нарастания	Установившаяся ошибка
Без регулятора	0.721	64%	0.03	0
С ПД-регулятором	1.97	52.2%	0.0131	0

Далее, при увеличении значения коэффициента P , повышается колебательность системы, и область допустимых значений коэффициента D сужается.

Согласно полученным данным можно сделать вывод, что ПД-регулятор обладает высокой чувствительностью из-за D -составляющей, поэтому D -составляющая работает в паре с пропорциональной составляющей. Для данной системы увеличение коэффициента D соответствовало увеличению времени регулирования, то есть уменьшалось быстродействие, а также колебательности. Увеличение коэффициента P были рассмотрены ранее.

2.8.5 Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор

ПИД-регулятор объединяет особенности всех его составляющих. Каждый из элементов регулятора (пропорциональное, интегральное и дифференциальное звенья) выполняет свою задачу и оказывает свое воздействие на функционирование системы. Работа ПИД-регулятора описывается следующим выражением:

$$u(t) = Pe(t) + I \int_0^{\infty} e(t)dt + D \frac{de(t)}{dt}$$

Передаточная функция ПИД-регулятора совпадает с передаточной функцией пропорционального типового звена:

$$C_{PI}(s) = P + I \frac{1}{s} + D \frac{Ns}{s + N}$$

Подберем коэффициенты ПИД-регулятора с помощью тюнинга, а именно команды tune в MATLAB. Результат показан на рисунке 2.41:

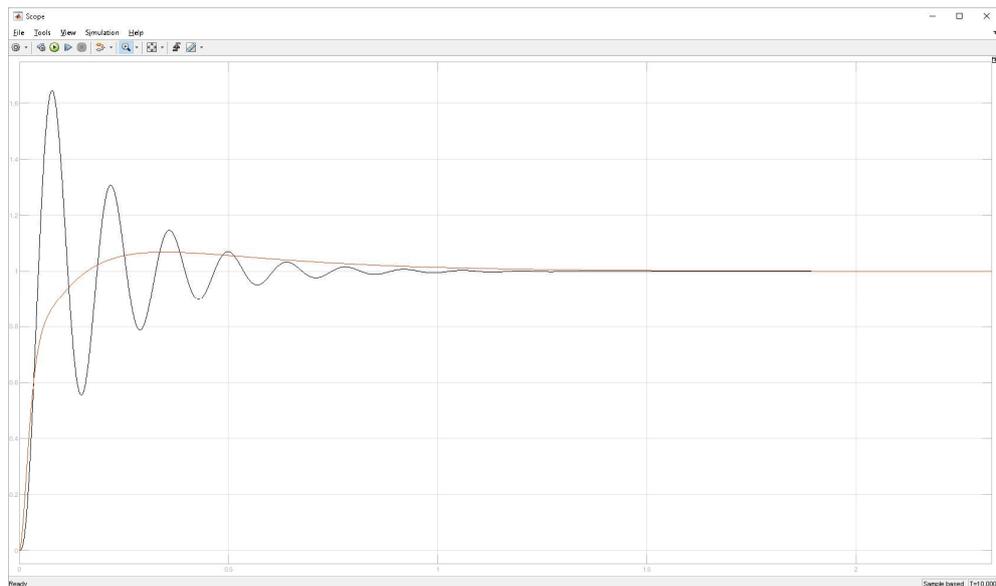


Рисунок 2.41 – Тюнинг ПИД-регулятора

Процесс – монотонный с перерегулированием, система – точная. Оценки качества (рисунок 2.42) в данном случае представлены ниже:

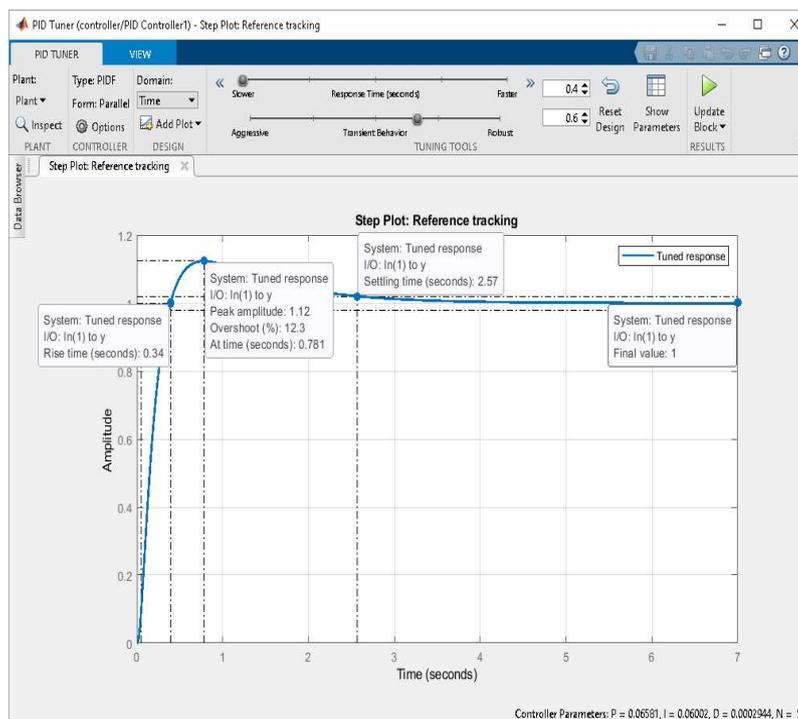


Рисунок 2.42 - Оценки качества системы, полученные с помощью тюнинга

Дальнейшее увеличение коэффициентов P, I и D, приводит к ухудшению оценок качества переходного процесса. С помощью ПИД-регулятора максимум, который можно получить, - это монотонный процесс, но с перерегулированием.

2.9 Синтез регулятора по второму методу Циглера-Николса

ПИД-регулятор относится к наиболее распространенному виду регуляторов в эксплуатации, что обуславливает о необходимости выбора оптимальных параметров регулятора. Существуют различные методы подбора этих коэффициентов. Одним из самых популярных является метод Циглера-Николса, который рассмотрен в данной работе, потому что не требует сложных математических расчетов.

Передаточная функция разомкнутой системы:

$$G(s) = \frac{75}{0.0003 \times s^3 + 0.04 \times s^2 + s}$$

Данная система – система третьего порядка, следовательно, для определения параметров регуляторов, используем второй метод Циглера-Николса.

Подключим к схеме P-регулятор. Передаточная функция П-регулятора:

$$C_P(s) = k$$

Определим эквивалентную передаточную функцию системы с П-регулятором (схема на рисунке 2.43):

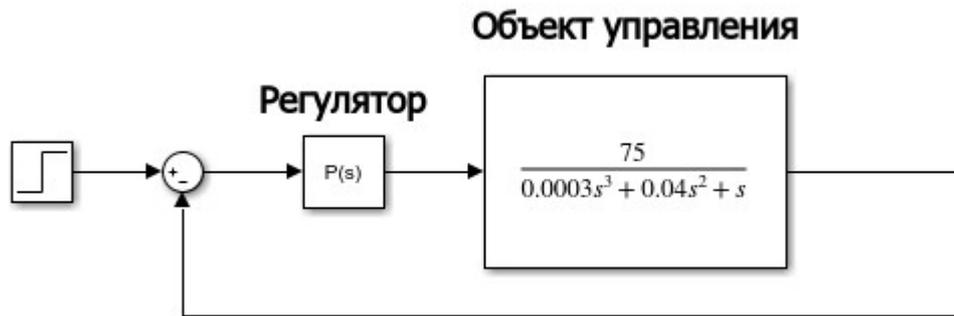


Рисунок 2.43 - Схема с П-регулятором

$$T(s) = \frac{C_P(s)G(s)}{1 + C_P(s)G(s)} = \frac{kG(s)}{1 + kG(s)}$$

$$T(s) = \frac{k \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}}{1 + k \frac{75}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s}} = \frac{75k}{0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 75k}$$

По критерию Гурвица найдем предельные значения коэффициента k_P . Для начала определим параметры характеристического уравнения:

$$0.0003s^3 + 0.04s^2 + s + 75k = 0$$

$$a_0 = 0.0003, a_1 = 0.04, a_2 = 1, a_3 = 75k$$

Согласно критерию Гурвица:

$$a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 = 75k > 0$$

$$75k > 0$$

$$k > 0$$

Построим матрицу Гурвица и определим главные диагональные миноры:

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.04 & 75k & 0 \\ 0.0003 & 1 & 0 \\ 0 & 0.04 & 75k \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0.04, \Delta_2 = 0.04 - 0.0225k$$

Согласно критерию Гурвица:

$$\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0$$

$$0.04 - 0.0225P > 0$$

$$k < 1.77$$

То есть, $k = 1.77$ – предельный коэффициент усиления, соответствующий колебательной границе устойчивости.

Далее, построим переходной процесс с $k = 1.77$. Он будет выглядеть как на рисунке 2.44:

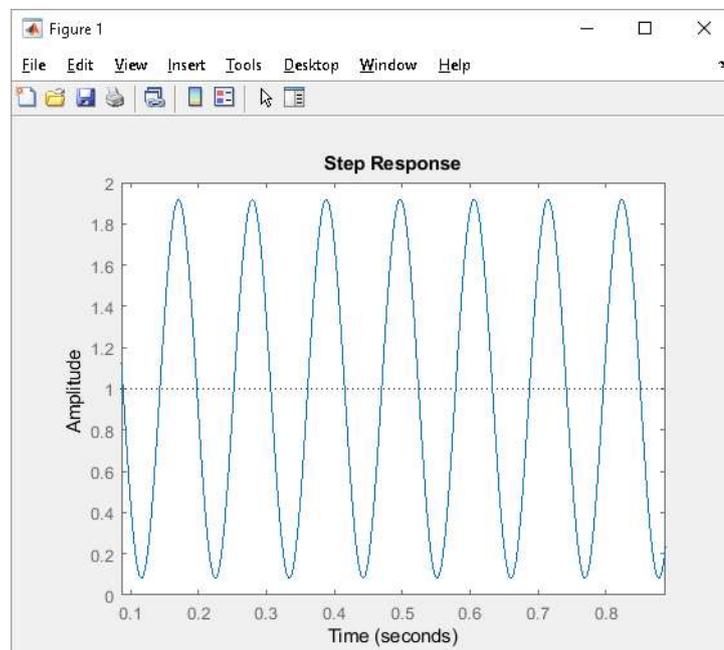


Рисунок 2.44 - Переходной процесс системы

По данному колебательному процессу определим значение параметра P , изображенного на рисунке 2.45:

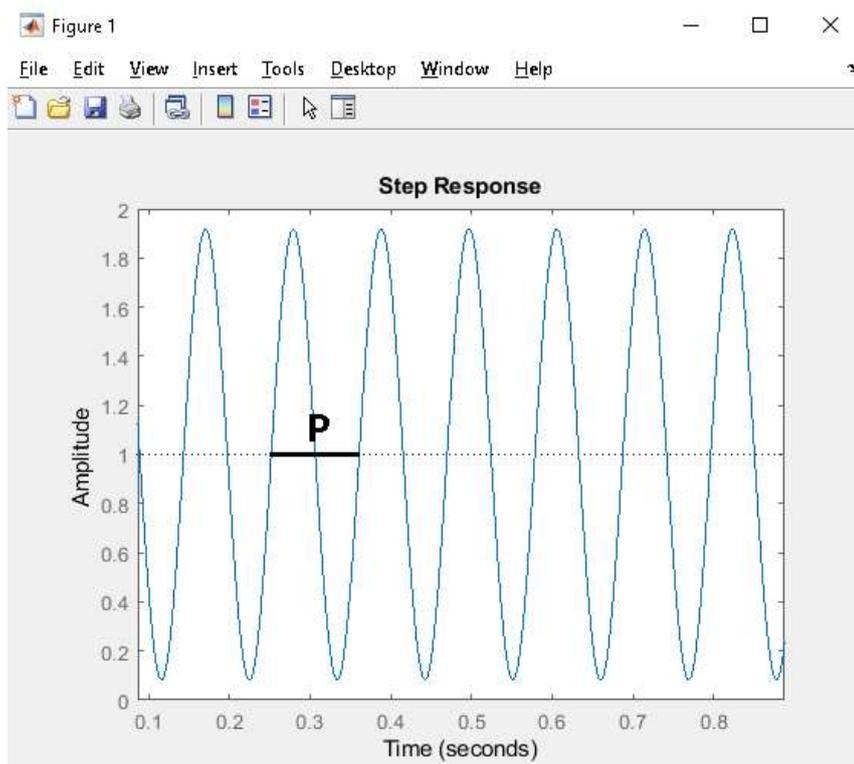


Рисунок 2.45 - Параметр P

$$P = 0.143 - 0.0343 = 0.1087$$

Итак, мы имеем значения параметров k и P , с помощью них определим значения параметров регуляторов в таблице 11:

Таблица 11 – Параметры типовых регуляторов

Регулятор	P	I	D
P	$0.5k = 0.885$	-	-
PI	$0.45k = 0.7965$	$\frac{1.2}{P} = 11.04$	-
PID	$0.6k = 1.062$	$\frac{2}{P} = 18.4$	$\frac{P}{8} = 0.013$

Используя данные из таблицы 7, построим графики (рисунок 2.46):

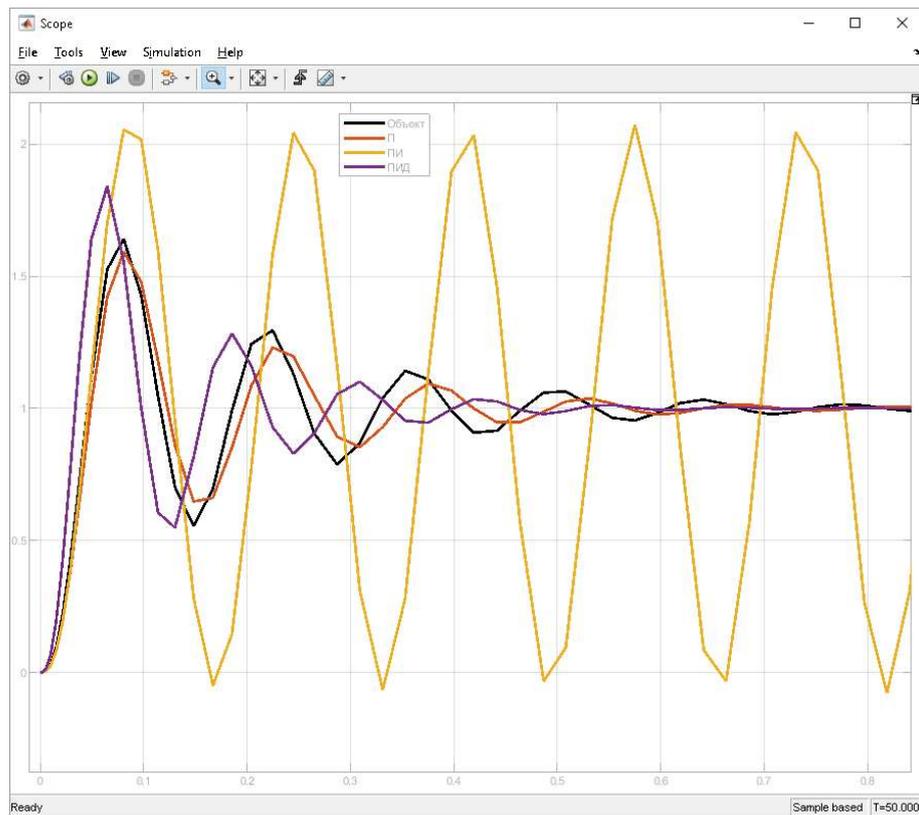


Рисунок 2.46 - Графики моделирования

По данным графикам, можем сделать следующие выводы:

- а) переходной процесс с ПИ-регулятором – неустойчивый;
- б) П-регулятор незначительно уменьшил перерегулирование, число колебаний и время регулирования, увеличилось время нарастания;
- в) ПИД-регулятор уменьшил перерегулирование, уменьшил колебания, время нарастания и время регулирования.

Внесем данные в таблицу 12:

Таблица 12 – Сравнение оценок качества, полученных вторым методом Циглера-Николса:

Оценки качества	Значение	Желаемые требования	П	ПИ	ПИД
Время регулирования	0.721		0.615	С и с т е м а	0.49
Перерегулирование	65	10-30%	59.2		84
Число колебаний	5	1, 2	4		4

Продолжение таблицы 12:

Оценки качества	Значение	Желаемые требования	П	ПИ	ПИД
Колебательность	48%	$1,1 \ll \mu \ll 1,5$	78%	н е у с т о й ч и в а я	69.6%
Частота колебаний	45		42.1		50.46
Время достижения первого максимума	0.078		0.0823		0.0648
Время нарастания	0.038		0.0489		0.034
Декремент затухания	2.06		1.28		1.44

2.10 Выбор оптимального регулятора

Согласно результату проведенного исследования сравним синтезированные регуляторы. Вторым методом Циглера-Николса ухудшились оценки качества и не достигли желаемых результатов, и это подтверждает тот факт, что метод Циглера-Николса обладает не самой лучшей точностью, является приближенным и относится к числу наиболее ранних методов нахождения коэффициентов регуляторов [6], то есть позволяет отталкиваться от полученных значений и получить наиболее оптимальные решения. После выполнения соответствующих расчетов, моделирования системы, получения графиков, можно сделать вывод, что для получения качественного переходного процесса с желаемыми требованиями достаточно использовать П-регулятор, который дает монотонный процесс, то есть процесс без колебаний, при этом улучшая время регулирования (быстродействие). Пропорциональный регулятор с Д- и И-составляющими (ПД- и ПИ-регуляторы соответственно) ухудшают определенные оценки качества, а именно быстродействие, колебательность, увеличивает перерегулирование. Наилучший результат, который можно добиться с помощью ПИД-регулятора, - это монотонный процесс с перерегулированием.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном дипломном проекте описаны синусно-косинусный вращающийся трансформатор и следящая система, а именно их составные части и принцип работы.

Был проведен анализ следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами как математической модели с заданными параметрами, осуществлены построение функциональной и структурных схем на основе определения передаточных функций звеньев и их моделирования в среде Simulink MATLAB.

Были построены переходные процессы на основе определенной структурной схемы, найдены особые точки системы, система исследована на устойчивость.

Были исследованы динамические свойства системы, а именно прямые и корневые оценки качества, в результате чего были рассмотрены регуляторы и их влияние на систему, определены их параметры и предельные коэффициенты усиления. Проведен сравнительный анализ оценок качества системы с регуляторами и первоначальной системой.

Был синтезирован оптимальный регулятор для следящей системы с синусно-косинусными вращающимися трансформаторами, который улучшил качество данной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – С-П.: Профессия., 2004. – 54 с.
- 2 Зудин В.Л., Жуков Ю.П., Маланов А.Г. Датчики: измерение перемещений, деформаций и усилий. – М.: Изд-во Юрайт, 2020. – 199 с.
- 3 Воронов А.А. и др. Основы теории автоматического регулирования и управления: Учеб. пособие для вузов, М.: Высшая школа, 1977. – 519 с.
- 4 Зудин В.Л., Жуков Ю.П., Маланов А.Г. Датчики: измерение перемещений, деформаций и усилий. – М.: Изд-во Юрайт, 2020. – 199 с.
- 5 Карпов В.Э. ПИД-управление в нестрогом изложении. – Москва, 2012. – 34 с.
- 6 Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB. С-П: Лань, 2019. – 464 с.
- 7 Коломыщев В.Г., Рустамханова Г.И. Модификация временного метода Зиглера-Николса и оптимизация параметров ПИД-регуляторов средствами MATLAB// Фундаментальные исследования. – 2016. – № 11-3. – С. 526-531 с.
- 8 Васильев К.К. Теория автоматического управления (следящие системы). Учебное пособие. –2-е изд. – Ульяновск, 2001. – 98 с.
- 9 Пантелеев А.В., Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2003. – 584с.
- 10 Шахворостов, С.А. Основы автоматизации: учебное пособие/ С.А. Шахворостов. – М.: МАДИ, 2004. - 101 с.

Протокол анализа Отчета подобия Научным руководителем

Заявляю, что я ознакомился(-ась) с Полным отчетом подобия, который был сгенерирован Системой выявления и предотвращения плагиата в отношении работы:

Автор: Уразбаев Нурбол Жиенбайулы

Название: Разработка системы автоматического управления роботом

Координатор: Ольга Ширяева

Коэффициент подобия 1: 5.64

Коэффициент подобия 2: 1.71

Замена букв: 8

Интервалы: 0

Микропробелы: 0

Белые знаки: 0

После анализа Отчета подобия констатирую следующее:

- обнаруженные в работе заимствования являются добросовестными и не обладают признаками плагиата. В связи с чем, признаю работу самостоятельной и допускаю ее к защите;
- обнаруженные в работе заимствования не обладают признаками плагиата, но их чрезмерное количество вызывает сомнения в отношении ценности работы по существу и отсутствием самостоятельности ее автора. В связи с чем, работа должна быть вновь отредактирована с целью ограничения заимствований;
- обнаруженные в работе заимствования являются недобросовестными и обладают признаками плагиата, или в ней содержатся преднамеренные искажения текста, указывающие на попытки сокрытия недобросовестных заимствований. В связи с чем, не допускаю работу к защите.

Обоснование: в результате проверки на антиплагиат были получены коэффициенты: Коэффициент подобия 1: 5.64 и Коэффициент подобия 2: 1.71. Коэффициенты подобия объясняются тем, что в дипломной работе были использованы общепринятые термины теории управления. Работа выполнена самостоятельно и не несет элементов плагиата. Замена букв соответствует формулам, набранным латинским алфавитом. Обнаруженные в работе заимствования являются добросовестными и имеются ссылки. В связи с этим, признаю работу самостоятельной и допускаю ее к защите перед государственной комиссией.

26.05.2021

Дата



Подпись Научного руководителя

Протокол анализа Отчета подобия

заведующего кафедрой / начальника структурного подразделения

Заведующий кафедрой / начальник структурного подразделения заявляет, что ознакомился (-ась) с Полным отчетом подобия, который был сгенерирован Системой выявления и предотвращения плагиата в отношении работы:

Автор: Уразбаев Нурбол Жиенбайулы

Название: Разработка системы автоматического управления роботом

Координатор: Ольга Ширяева

Коэффициент подобия 1:5.6

Коэффициент подобия 2:1.7

Замена букв:8

Интервалы:0

Микропробелы:0

Белые знаки:0

После анализа отчета подобия заведующий кафедрой / начальник структурного подразделения констатирует следующее:

обнаруженные в работе заимствования являются добросовестными и не обладают признаками плагиата. В связи с чем, работа признается самостоятельной и допускается к защите;

обнаруженные в работе заимствования не обладают признаками плагиата, но их чрезмерное количество вызывает сомнения в отношении ценности работы по существу и отсутствием самостоятельности ее автора. В связи с чем, работа должна быть вновь отредактирована с целью ограничения заимствований;

обнаруженные в работе заимствования являются недобросовестными и обладают признаками плагиата, или в ней содержатся преднамеренные искажения текста, указывающие на попытки сокрытия недобросовестных заимствований. В связи с чем, работа не допускается к защите.

Обоснование:

26.05.21

Дата

*Подпись заведующего кафедрой/начальника
структурного подразделения*

Окончательное решение в отношении допуска к защите, включая обоснование:

26.05.21
Дата

Подпись заведующего кафедрой/начальника
структурного подразделения